

Федеральное агентство по образованию

Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет)

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО ФИЗИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ  
И ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ**

Рекомендовано УМО «Ядерные физика и технологии»  
в качестве учебного пособия  
для студентов высших учебных заведений

Москва 2008

УДК 629.38(076) + 533.9(076)

ББК 32.85я7+22.333я

С23

**Сборник задач по физической электронике и физике плазмы: Учебное пособие.** М.: МИФИ, 2008. — 96 с.

Авторы: В.И.Ильгисонис, Д.Л. Кирко, В.А.Курнаев, Д.Е.Прохорович,  
А.А.Сковорода, И.К.Фетисов, И.В.Цветков

В сборник включены задачи, предназначенные для решения студентами, специализирующимися по кафедре физики плазмы МИФИ и изучающими курсы «Физика низкотемпературной плазмы», «Горячая плазма и УТС», а также студентами других кафедр, изучающих курсы «Физика плазмы», «Теория плазмы» «Плазмохимия», «Электрореактивные двигательные установки», «Методы диагностики плазмы».

Пособие подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы МИФИ.

Рецензент проф., д-р физ.-мат. наук В.М. Жданов

ISBN 978-5-7262-1079-7

© Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2008

Редактор С.В. Бирюкова

Подписано в печать 10.12.08 Формат 60х84 1/16

Объем 6,0 п.л. Уч.-изд.л. 6,0. Изд. № 4/20

Тираж 150 экз. Заказ №

Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет)  
115409 Москва, Каширское шоссе, 31

Типография издательства «Тривант»  
г. Троицк Московской области

## СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Предисловие.....			4
		Задачи	Ответы
Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.....	5	8	84
Электронная и ионная оптика.....	18	21	85
Пространственный заряд.....	27	30	86
Эмиссионная электроника.....	36	41	86
Электрический ток в газах.....	47	51	87
Физика плазмы.....	57	72	89
Список рекомендуемой литературы.....			92
Приложение .....			94

---

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник включает:

задачи по движению заряженных частиц в электрическом и магнитном полях;

задачи по физическим процессам, происходящим в магнитном и электрическом сепараторах частиц по массам и энергиям, по электронной и ионной оптике как электрической, так и магнитной, позволяющие усвоить способы построения электронной и ионной оптических систем для формирования пучков заряженных частиц (в том числе для технологических целей);

задачи о влиянии объемного заряда на геометрию и величину тока в пучке, а также задачи по эмиссионной электронике;

задачи, в которых рассматриваются закономерности электрического тока в газах, элементарные процессы при протекании тока, такие как образование плазмы газового разряда и основные процессы в ней, включая дебаевское экранирование, явления переноса и возникновения колебаний.

Сборник содержит также задачи повышенной сложности (обозначены\*), требующие от студента более глубоких знаний физики газового разряда. Каждому разделу задач предшествует краткое теоретическое описание исследуемых явлений, содержащее все необходимое для решения задач, а также формулы и разъяснение физического смысла входящих в них величин. В приложении приведены значения тех величин, которые могут понадобиться при решении задач. Раздел «Физика плазмы» ставит цель — помочь студентам при подготовке к сдаче Госэкзамена по специализации на 10-м семестре.

Основой для значительной части тематики задачника явился курс «Физика низкотемпературной плазмы», читаемый уже более 25 лет профессором И.К. Фетисовым на кафедре «Физика плазмы» МИФИ. Авторы надеются, что сборник задач будет полезен и студентам других технических вузов (МАИ, МГТУ) при изучении явлений в газовом разряде, пучках заряженных частиц, плазменной технологии и других аналогичных курсов.

## ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Уравнение движения:

$$m d\vec{v} / dt = q\vec{E} + (q/c)[\vec{v}\vec{H}],$$

где  $m$ ,  $q$ ,  $\vec{v}$  — масса, заряд, скорость заряженной частицы,  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля,  $\vec{H}$  — напряженность магнитного поля.

	Система СИ	Гауссова система
Закон Кулона	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ $[F] = \text{Н}$ $\epsilon_0 \approx \frac{10^7}{4\pi c^2} = 0.885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$ $[F] = \text{дин}$ $1 \text{ Н} = 10^5 \text{ дин}$
Электрический заряд	$[q] = \text{Кл}$ Заряд электрона $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	$[q] = \text{СГСЭ-ед.заряда}$ $1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ед.заряда}$
Напряженность электрического поля	$E = F/q$ $[E] = \text{В/м}$	$E = F/q$ $[E] = \text{СГСЭ ед.}$ $1 \text{ СГСЭ ед.} = 3 \cdot 10^4 \text{ В/м}$
Электрический ток	$[I] = \text{А}$	$[I] = \text{СГСЭ-ед.тока}$ $1 \text{ А} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ед.тока}$
Напряженность магнитного поля	$H = I/(2R)$ $[H] = \text{А/м}$	$H = 2\pi I/(cR)$ $[H] = \text{Э}$ $1 \text{ А/м} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Э}$
Магнитная индукция	$B = \mu_0 \mu H$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная проницаемость вакуума, $[B] = \text{Тл}$	$B = \mu H$ , $\mu$ — магнитная проницаемость среды (в вакууме $\mu = 1$ ), $[\mu] = \text{Гн/м}$ $[B] = \text{Гс}$ , $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$

Уравнение движения записано в гауссовой системе (присутствует множитель  $1/c$ ), где  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с (скорость света).

Энергия, приобретаемая заряженной частицей при прохождении ускоряющей разности потенциалов  $\Delta U$ :  $W = q\Delta U$ . В физике плазмы в качестве единицы энергии используют 1 эВ (электрон-вольт), равный энергии, которую приобретает электрон, ускоренный разностью потенциалов 1 В:  $1\text{эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Скорость электрона:

$$v_e [\text{см/с}] = \sqrt{\frac{2W_e}{m_e}} = 5.93 \cdot 10^7 \sqrt{W_e [\text{эВ}]}.$$

Скорость иона:

$$v_i [\text{см/с}] = \sqrt{\frac{2W_i}{m_i}} = 1.39 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{W_i [\text{эВ}]}{m_i [\text{а.е.м.}]}}.$$

В магнитном поле заряженная частица равномерно движется вдоль силовой линии поля по спирали, вращаясь вокруг силовой линии по окружности *ларморовского радиуса*  $r_L$  с постоянной *ларморовской частотой*  $\omega_L$ . Вектор угловой скорости положительно заряженной частицы антипараллелен, а отрицательно заряженной частицы (например, электрона) — параллелен магнитному полю. Так как движение частицы по окружности можно уподобить круговому току  $j = e\omega_L/2\pi$ , то вращению частицы в магнитном поле можно сопоставить магнитный момент, равный магнитному моменту этого кругового тока:  $\vec{\mu} = \frac{j}{c} \vec{S}$ . Здесь  $\vec{S}$  — соответственно ориентированная площадь круга, охватываемая ларморовской окружностью, равная  $S = \pi r_L^2$ . Для магнитного момента можно записать:  $\vec{\mu} = -\mu \frac{\vec{H}}{H}$ , где  $\mu = \frac{mv_{\perp}^2/2}{H}$ ,  $v_{\perp}$  — поперечная к магнитному полю скорость частицы. Магнитный момент вращающейся в магнитном поле частицы всегда направлен против магнитного поля. В этом проявляется «диамагнетизм свободных заряженных частиц»: вращающаяся по ларморовской окружности частица ведет себя как диамагнетик — она стремится ослабить охватываемый ее ларморовской окружностью поток

внешнего магнитного поля. Положительно и отрицательно заряженные частицы вращаются в противоположных направлениях.

Ларморовская частота электрона:

$$\omega_e [\text{с}^{-1}] = \frac{eH}{m_e c} = 1.76 \cdot 10^7 \cdot H [\text{Э}].$$

Ларморовская частота иона:

$$\omega_i [\text{с}^{-1}] = \frac{eH}{m_i c} = 9649 \cdot H [\text{Э}] / m_i [\text{a. e. m.}].$$

Ларморовский радиус электрона:

$$r_e [\text{см}] = \frac{v_{\perp}}{\omega_e} = 3.37 \frac{\sqrt{W_e^{\perp} [\text{эВ}]}}{H [\text{Э}]}.$$

Ларморовский радиус однозарядного иона:

$$r_i [\text{см}] = \frac{v_{\perp}}{\omega_i} = 144 \frac{\sqrt{W_i^{\perp} [\text{эВ}] m_i [\text{a. e. m.}]}}{H [\text{Э}]}.$$

При движении заряженной частицы в  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  полях продольное и поперечное к магнитному полю движение частицы являются независимыми, и их можно рассматривать отдельно. При этом составляющая электрической силы, параллельная магнитному полю, обуславливает продольное ускорение частицы, которое изменяет продольную компоненту скорости. Под действием силы, перпендикулярной к магнитному полю, частица совершает сложное движение, являющееся суперпозицией вращения частицы и систематического сноса (дрейфа) с некоторой постоянной скоростью (скоростью дрейфа):  $\vec{v}_{\text{др}} = c \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{H^2}$ . Для применимости дрейфового приближения величина напряженно-

сти электрического поля  $E$  не должна быть слишком большой, на одном обороте частицы ее скорость должна меняться незначительно:  $E \ll \frac{v}{c} H$ .

Движение частиц в  $\vec{E} \perp \vec{H}$  полях в зависимости от начальной скорости и напряженностей полей возможно по траекториям четырех типов — прямой, циклоиде, трохоиде без петель и с петлями, но скорость дрейфа в дрейфовом приближении не зависит от типа траектории и равна:  $v_{\text{др}} [\text{см/с}] = c \frac{E}{H} = 10^8 \frac{E[\text{В/см}]}{H[\text{Э}]}$ .

В случае, если начальная скорость частицы равна нулю (или энергия частицы пренебрежимо мала по сравнению с энергией, приобретаемой в поле), частица движется по циклоиде. Высота циклоиды электрона:

$$h_c [\text{см}] = 2v_{\text{др}}/\omega_e = 11.36 \frac{E[\text{В/см}]}{H^2[\text{Э}]}.$$

Шаг циклоиды электрона:

$$L_c [\text{см}] = \frac{2\pi}{\omega_e} v_{\text{др}} = \pi h_c.$$

Высота и шаг циклоиды для иона в  $m_i/m_e$  раз больше.

## ЗАДАЧИ

1. Два иона  $D^+$  с одинаковой начальной кинетической энергией, равной 100 кэВ, летят вдоль прямой линии навстречу друг другу. Определите минимальное расстояние между ними.
2. В однородное тормозящее электрическое поле  $E = 5,39 \times 10^3$  В/м влетает электрон с энергией 100 эВ. Угол между направлением начальной скорости электрона и электрическим полем равен  $\alpha$ . Через  $5 \cdot 10^{-9}$  с электрон достигает точки посадки на электрод, в которой его скорость перпендикулярна электрическому полю. Найти угол  $\alpha$  и энергию, с которой электрон попадает на электрод.



3. Пучок протонов, ускоренных до энергии  $10^7$  эВ, бомбардирует твердую мишень. Чему равна сила, действующая на мишень, если при прохождении через мишень протоны теряют в ней половину своей кинетической энергии? Сила тока в пучке 100 мА.

4. В однородное электрическое поле энергоанализатора в виде плоского конденсатора (рис.1) под углом  $\alpha = 45^\circ$  к направлению поля через отверстие в пластине инжектируется пучок электронов с углом раствора пучка  $\Delta\alpha = 15^\circ$  и энергией электронов 10 кэВ. Какова напряженность поля, если после отклонения в нем пучок выходит из конденсатора через отверстие в той же пластине, находящейся на расстоянии  $l = 60$  мм от точки инъекции? Найти ширину  $\delta$  этого отверстия, обеспечивающую выход всего пучка.

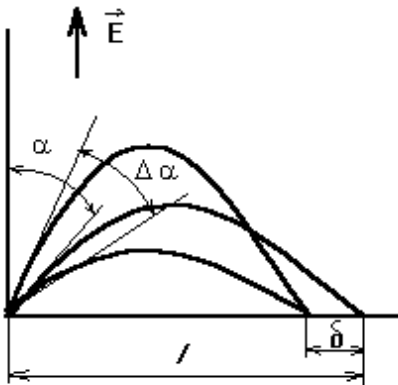


Рис. 1

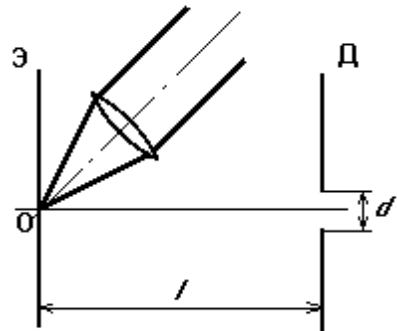


Рис. 2

5А. В расположенном горизонтально плоском конденсаторе с расстоянием между пластинами  $d = 10$  мм находится заряженная макрочастица. В отсутствие напряжения между обкладками конденсатора макрочастица падает вниз с постоянной скоростью  $v_1 = 0,078$  мм/с. После подачи на пластины конденсатора напряжения  $U = 95$  В, макрочастица движется равномерно вверх со скоростью  $v_2 = 0,016$  мм/с. Определить удельный заряд этой макрочастицы.

5Б. В начальный ( $t = 0$ ) момент времени из одной пластины плоского конденсатора вылетел электрон с пренебрежимо малой скоростью. Между пластинами приложено ускоряющее напряжение, меняющееся во времени по закону  $U = \gamma t$ , где  $\gamma = 40$  кВ/с. Рас-

стояние между обкладками конденсатора равно  $b = 10$  см. С какой энергией электрон подлетит к противоположной пластине. Поле между пластинами конденсатора считать однородным по пространству.

**5В.** Решить задачу 4, принимая энергию ионов  $D^+$ , равной 5 кэВ.

**6.** Точка  $O$  эмиттера (рис.2) лазерного источника ионов облучается светом лазера. Диафрагма  $D$  с отверстием диаметром  $d = 1$  мм находится от эмиттера на расстоянии  $l = 15$  мм. В точке  $O$  образуются ионы  $Fe^{4+}$ , угол разлета которых  $180^\circ$ , а энергия  $W = 50$  эВ. Какое минимальное напряжение надо приложить между эмиттером и диафрагмой, чтобы все ионы прошли сквозь отверстие в диафрагме?

**7.** Найти угол  $\alpha$  отклонения пучка ионов  $D^+$  в плоском конденсаторе (рис.3) с однородным электрическим полем  $E = 20$  кВ/см, если длина пластин конденсатора  $l = 40$  мм, энергия ионов  $W = 32$  кэВ. Определить смещение пучка на экране, расстояние до которого от центра отклоняющей системы  $O$  равно 320 мм?

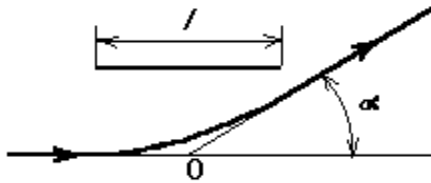


Рис. 3

**8.** Решить задачу 7, принимая энергию электронов равной  $W = 80$  кэВ.

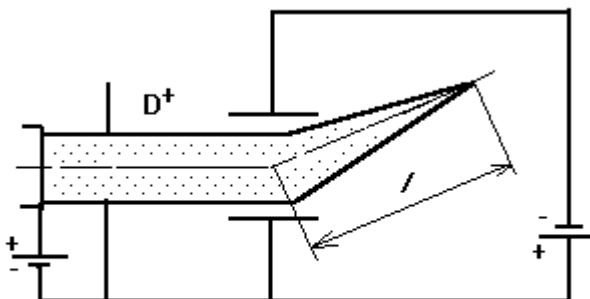


Рис.4

9. Найти расстояние  $l$ , на котором фокусируется пучок ионов  $D^+$ , если он имеет ширину 4 мм и входит в конденсатор симметрично относительно его средней плоскости (рис.4). Расстояние между пластинами 20 мм, с выходным электродом источника ионов соединена положительная пластина конденсатора. Полями рассеяния на границе конденсатора пренебречь.

10. В щель  $D$  цилиндрического конденсатора (рис.5) с радиусами обкладок  $R_1 = 50$  мм и  $R_2 = 70$  мм и углом раствора  $\alpha = 127^{\circ} 17'$  входит узкий параллельный пучок однозарядных ионов с широким энергетическим спектром. В точке  $O$  пучок направлен по касательной к средней окружности конденсатора. Ионы какой энергии  $W$  попадут на приемник  $\Pi$ , если разность потенциалов между обкладками конденсатора 800 В? Выходная щель конденсатора много меньше расстояния между обкладками.

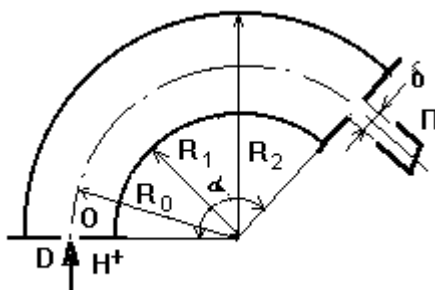


Рис. 5

11. Цилиндрический конденсатор имеет следующие параметры:  $R_1 = 50$  мм,  $R_2 = 60$  мм, напряжение между пластинами 15 кВ. Ширина выходной щели, расположенной на среднем радиусе  $R_0 = 55$  мм, равна  $\delta = 1$  мм, угол поворота частиц в конденсаторе  $127^\circ 17'$ . Определить энергию  $W$  ионов, пропускаемых этим конденсатором, и разброс их энергии  $\Delta W$  (см.рис.5).
12. Найти разность потенциалов  $U$ , которую нужно приложить к обкладкам цилиндрического конденсатора с радиусами обкладок  $R_1 = 100$  мм и  $R_2 = 120$  мм для того, чтобы он пропускал ионы с энергией  $W = 3,0$  кэВ.
13. Однозарядный ион с энергией  $W = 10$  кэВ входит в сетчатый конденсатор, к которому приложено тормозящее напряжение  $U = 2,5$  кВ (такой конденсатор называют электростатическим зеркалом). При каком минимальном угле падения  $\alpha_{\min}$  (угол между направлением первоначальной скорости иона и нормалью к поверхности сетки) ион отразится от конденсатора?
14. Чему равна сила  $F$ , действующая на инжектор ионов  $\text{Hg}^+$ , если ток ионов ртути равен  $I = 1,0$  А? Атомная масса атома ртути равна 200 а.е.м. Энергия ионов  $\text{Hg}^+$  на выходе из инжектора равна  $W = 10$  кэВ.
15. За какое время  $\tau$  работы электромагнитного масс-сепаратора будет накоплен  $m = 1,0$  г изотопа  $^{112}\text{Cd}$ , если ионы Cd являются двухзарядными, а ток этих ионов равен  $I = 1,0$  А?
16. Чему равна релятивистская поправка к скорости электрона  $\Delta v = v_{\text{кл}} - v_p$ , прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $\Delta U = 100$  кВ? ( $v_{\text{кл}}$  - классическая скорость,  $v_p$  - релятивистская скорость).
17. Какова кинетическая энергия протона (в эВ), движущегося со скоростью, равной половине скорости света?
18. На сколько процентов отличается от скорости света скорость электрона, масса которого равна массе покоя протона. Масса покоя электрона –  $m_0 c^2 = 0,511$  МэВ, масса покоя протона –  $M_0 c^2 = 938,28$  МэВ.
19. Радиус кривизны траектории электрона в магнитном поле напряжённостью  $H = 1,0$  кЭ равен  $R = 0,5$  см. Определить поперечную энергию  $W_{\perp}$  электрона в электронвольтах.
20. Трёхзарядный ион углерода ускоряется разностью потенциалов  $U_0 = 1,0$  кВ и влетает в область поперечного магнитного поля. Определить радиус  $R$  кривизны его траектории в указанной

области пространства, если напряжённость магнитного поля равна  $H = 0,5$  кЭ.

**21.** Дейтрон ускорен до энергии  $W = 50$  кэВ. Определить радиус  $R$  кривизны его траектории и период  $T$  вращения в поперечном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл.

**22.** Период вращения однозарядной частицы в поперечном магнитном поле напряжённостью  $H = 95$  кА/м равен  $T = 0,3$  нс. Радиус круговой траектории при этом составляет величину  $R = 0,1$  мм. Определить поперечную кинетическую энергию  $W_{\perp}$  и массу  $m$  этой частицы.

**23.** Найти частоту вращения иона  $D^+$  в магнитном поле с индукцией  $1$  Тл.

**24.** Ион дейтерия  $D^+$ , ускоренный до энергии  $20$  кэВ, входит в однородное магнитное поле напряженностью  $50$  кЭ под углом  $30^0$  к направлению силовых линий магнитного поля. Найти шаг спирали, по которой будет двигаться ион, и величину магнитного потока, заключенного внутри траектории.

**25.** Ток распространяющегося в вакууме параллельного пучка электронов, диаметр которого  $10$  мм, равен  $100$  А, энергия электронов  $5$  МэВ. Чему равны напряженности электрического и магнитного полей на границе этого пучка?

**26.** Электронный луч осциллографической трубки отклоняется под действием магнитного поля Земли, горизонтальная составляющая напряженности которого в данном месте составляет  $50$  А/м. Энергия электронов  $0,5$  кэВ, расстояние между анодом и экраном равно  $25$  см. Найти величину смещения следа луча на люминесцентном экране.

**27.** В однородное магнитное поле из точки А (рис.6) инжектируется пучок электронов с углом раствора  $2\theta = 15^0$ . Расстояние от точки А до экрана  $\Theta = 200$  мм, ускоряющее напряжение  $5$  кВ. Найти минимальное магнитное поле, при котором электроны, влетевшие в магнитное поле под углом  $\theta$ , попадут в точку С на экране, и диаметр пятна на экране для этого поля.

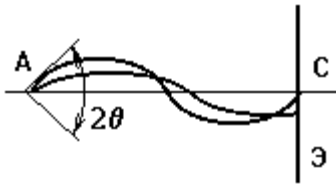


Рис.6

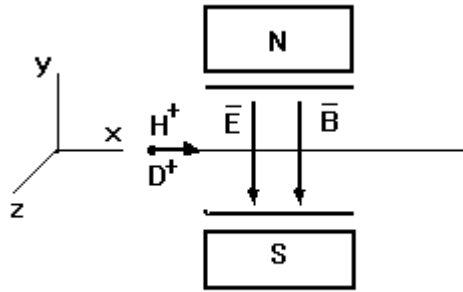


Рис.7

28. В методе “парабол Томсона”, используемом для анализа изотопного состава, пучок ионов проходит через однородное электрическое  $E$  и магнитное  $B$  поля, параллельные друг другу (рис.7). Найти уравнение “параболы Томсона” и координаты концов отрезков параболы на экране, помещенном сразу же за отклоняющей системой. Продольный размер отклоняющей системы  $S_x=40$  мм; поперечные размеры  $S_y=S_z=20$  мм; энергия ионов водорода и дейтерия  $W=15\pm 5$  кВ; напряженность электрического поля  $E=1$  кВ/см; магнитная индукция  $B=1$  Тл.

29. В масс-сепараторе Демпстера пучок ионов  $Ag^+$  инжектируется из точки A в однородное магнитное поле (рис.8) с энергией 25 кэВ и углом раствора  $2\theta=15^\circ$ . Индукция магнитного поля  $B=0,2$  Тл. Найти расстояние от источника A до входной щели  $\delta$  приемника и ширину его щели, обеспечивающую выделение изотопа  $^{40}Ag$ .

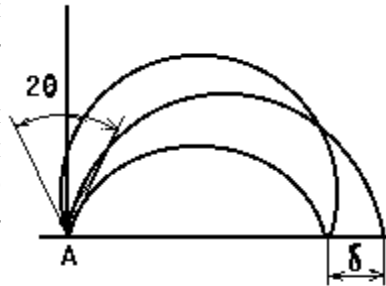


Рис.8

30. Через точечное отверстие A в обкладке плоского конденсатора, электрическое поле которого  $E = 10$  кВ/см перпендикулярно магнитному с индукцией  $B = 0,2$  Тл, инжектируется пучок ионов водорода с энергией  $20\pm 0,5$  кэВ. Направление инжекции антипараллельно направлению электрического поля. Найти расстояние  $l$  до входной щели приемника ионного пучка и ширину его входной щели  $\delta$ . Щель приемника

ка расположена на пластине конденсатора, сквозь которую инжектируются ионы водорода.

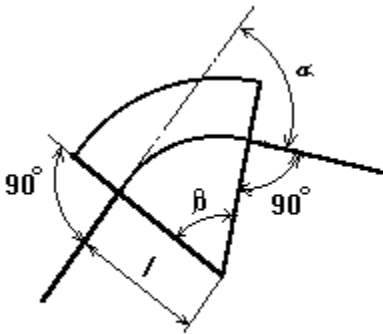


Рис. 9

**31.** Секторный магнит масс-спектрометра Бейнбриджа, создающий однородное магнитное поле, имеет угол  $\beta = 60^\circ$  (рис.9). Какова величина индукции магнитного поля  $B$  в зазоре магнита, если пучок ионов  ${}^4\text{He}^+$  с энергией  $W = 20$  кэВ, входящий в зазор магнита на расстоянии  $l = 120$  мм от вершины сектора, отклоняется на угол  $\alpha = \beta$ ?

**32\*.** Найти расстояние  $f$ , на котором фокусируются ионы  ${}^4\text{He}^+$  (см. условие задачи 31), если ширина параллельного пучка ионов на входе  $d = 10$  мм (рис.10).

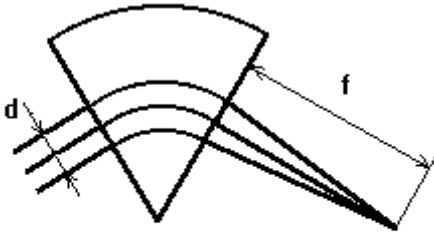


Рис. 10

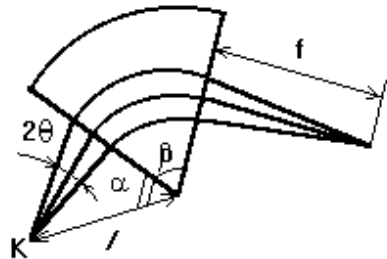


Рис.11

**33\*.** Магнитное поле создается секторным магнитом (рис.11) с углом  $\beta = 90^\circ$ . Источник ионов  $K$  удален от вершины сектора на расстояние  $l = 200$  мм и инжектирует расходящийся пучок ионов  $\text{D}^+$  с энергией  $W = 40$  кэВ и углом раствора пучка  $2\theta = 8^\circ$ . Центральный луч расходящегося пучка входит в поле и выходит из него нормально к его границе, а  $\alpha = 40^\circ$ . Найти расстояние  $f$ , на котором фокусируется пучок после прохождения области магнитного поля, и величину поля  $B$  в зазоре магнита.

**34.** Параллельный пучок электронов входит в область, где имеются скрещенные электрическое и магнитное поля. Напряжён-

ность электрического поля  $E = 0,5$  кВ/см, индукция магнитного поля  $B = 0,5$  Тл. Какова величина модуля скорости электронов, при которой пучок не будет отклоняться в этих полях? Каково направление этой скорости?

**35.** Магнитное поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл перпендикулярно электрическому полю плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого  $d = 20$  мм. Какова минимальная разность потенциалов между пластинами  $\Delta U_{min}$ , при которой ион  $H^+$ , выходящий без начальной скорости с положительной пластины, достигает отрицательной пластины?

**36.** Магнитное поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл перпендикулярно электрическому полю плоского конденсатора, напряжённость которого  $E = 10$  кВ/см. С отрицательной пластины конденсатора без начальной скорости вылетает электрон. Найти наибольшее удаление  $h$  его от этой пластины и величину его энергии  $W$  при наибольшем удалении.

**37.** В поперечное магнитное поле какой напряжённости нужно поместить осциллографическую трубку, чтобы смещение электронного луча на экране составило  $h = 5$  мм для электронов с энергией  $W = 10$  кэВ? Расстояние между анодом электронной пушки и экраном равно  $l = 25$  см.

**38.** К ускоряющей трубке длиной  $l = 2$  м, расположенной горизонтально, приложена разность потенциалов  $\Delta U = 5,0$  кВ. Напряжение распределено равномерно вдоль оси трубки с помощью омического делителя. На какое расстояние  $h$  от оси трубки сместится узкий пучок электронов после ускорения, если вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна  $H = 0,8$  Э?

**39.** По условию задачи 38 вычислить смещение пучка, вызванное силой тяжести, и сравнить его со смещением, вызванным магнитным полем Земли.

**40.** Ион ртути (атомная масса 200 а.е.) помещен в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 10$  Тл, направленное горизонтально. На ион ртути действует сила тяжести. Считая начальную скорость иона равной нулю, рассмотреть траекторию его движения, а также определить величину и направление его средней скорости.



**41.** Рассчитать, при какой напряженности электрического поля, перпендикулярного магнитному  $H = 1,0$  кЭ, энергия электрона, движущегося по циклоиде, будет меняться от 0 до 100 эВ.

## ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Для световой оптики закон преломления задает соотношение между углом падения  $\alpha$  и углом преломления  $\beta$  (углы между лучом и нормалью к границе раздела):  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ , где  $n_1$  и  $n_2$  — коэффициенты преломления сред. Для электронной оптики аналогичный закон имеет вид:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_1}}$ , если считать, что на

границе раздела потенциал скачком меняется от  $U_1$  до  $U_2$ .

Если задано распределение потенциала вдоль оси и  $U(z) \neq 0$  аксиально-симметричного электрического поля, то траектория  $r(z)$  параксиального пучка заряженных частиц описывается уравнением:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{U'(z)}{2U(z)} \frac{dr}{dz} + \frac{U''(z)}{4U(z)} r = 0,$$

которое называется основным уравнением электронной оптики электрических полей. Если предметная плоскость находится при  $z = a$ , а плоскость изображения при  $z = b$ , то линейное увеличение линзы

$$M = \frac{r(b)}{r(a)},$$

где  $r(a)$  и  $r(b)$  — расстояние до траектории от оси системы. Угловое увеличение линзы определяется как отношение тангенсов углов наклона траектории к оси:  $m = \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1} = \frac{r'(b)}{r'(a)}$ . Для тонких

линз фокусное расстояние слева и справа определяются соответственно соотношениями:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{4\sqrt{U(a)}} \int_a^b \frac{U''(z)}{\sqrt{U(z)}} dz \quad \text{и} \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{4\sqrt{U(b)}} \int_a^b \frac{U''(z)}{\sqrt{U(z)}} dz .$$

Отношение фокусных расстояний:

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{\sqrt{U(a)}}{\sqrt{U(b)}} .$$

Оптическая сила:

$$D = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{4\sqrt{U(b)}} \left( \frac{U'(b)}{\sqrt{U(b)}} - \frac{U'(a)}{\sqrt{U(a)}} \right) + \frac{1}{8\sqrt{U(b)}} \int_a^b \frac{(U'(z))^2}{U^{3/2}(z)} dz .$$

$$\text{Для диафрагмы с круглым отверстием: } D = \frac{1}{f_d} = \frac{E_{x1} - E_{x2}}{4U_d} ,$$

где  $E_{x1}$  и  $E_{x2}$  — проекции на ось  $x$  напряженностей электрических полей слева и справа от диафрагмы,  $U_d$  — потенциал диафрагмы, отсчитанный относительно катода. Ось  $x$  направлена вдоль направления ускорения электронов, т.е. от катода к аноду. Для системы из двух линз-диафрагм с фокусами  $f_1$  и  $f_2$  и расстоянием между линзами  $l$  оптическая сила задается соотношением:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{l}{f_1 f_2} .$$

В общем случае аксиально-симметричного поля траектория электрона описывается уравнениями:

$$\begin{cases} m\dot{r} = -eE_r \approx -\frac{er}{2}U''(z); \\ m\dot{z} = -eE_z \approx eU'(z), \end{cases}$$

т.е. фокусирующая сила определяется знаком второй производной от потенциала на оси системы. Если  $U''(z) > 0$ , то система фокусирующая, если  $U''(z) < 0$ , то расфокусирующая.

### Магнитные линзы

Для параксиальных пучков в аксиально-симметричном магнитном поле  $B(B_z, B_r)$  движение по радиусу задается уравнением:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{eB_z^2}{8mW_0} r,$$

где  $W_0$  — энергия электронов в эВ. Азимутальное движение описывается уравнением:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{eB_z}{2m}.$$

Учитывая, что для параксиальных пучков  $v_z \gg v_r$  (в приближении  $\frac{mv^2}{2} \approx W_0$ ), для тонкой магнитной линзы оптическая сила:

$$\frac{1}{f} = \frac{e}{8mW_0} \int_a^b B_z^2 dz \quad \text{или} \quad \frac{1}{f} \left[ \frac{1}{\text{см}} \right] = \frac{0.022}{W_0[\text{эВ}]} \int_a^b B_z^2 [\text{Гс}] dz.$$

Угол поворота в магнитной линзе:

$$\varphi(z) = \sqrt{\frac{e}{8mW_0}} \int_a^b B_z dz \quad \text{или} \quad \varphi [\text{рад}] = \frac{0.15}{\sqrt{W_0[\text{эВ}]}} \int_a^b B_z [\text{Гс}] dz.$$

Для магнитного витка с силой тока  $I$  радиусом  $R$  магнитное поле:

$$B_z = \frac{B_m}{\left(1 + \frac{z^2}{R^2}\right)^{3/2}},$$

где  $B_m$  — поле в центре витка.

Фокусное расстояние для одного токового витка:

$$f [\text{см}] \approx 96.8 \frac{W_0 [\text{эВ}] R [\text{см}]}{I^2 [\text{А}]},$$

для катушки из  $N$  витков:

$$f [\text{см}] \approx 96.8 \frac{W_0 [\text{эВ}] R [\text{см}]}{(NI [\text{А}])^2}.$$

Угол поворота:

$$\varphi [\text{рад}] \approx 0.19 \frac{NI [\text{А}]}{\sqrt{W_0 [\text{эВ}]}}.$$

Для экранированной линзы  $f_s = kf$ , где  $k$  — поправочный коэффициент,  $k = 0.5 \div 0.7$ .

## ЗАДАЧИ

**42.** Используя основное уравнение электронной оптики электрических полей, показать, что для электростатической электронной линзы выполняется теорема Лагранжа — Гельмгольца  $Mm(n_2/n_1) = 1$ , где  $M$  — линейное увеличение линзы,  $m$  — угловое

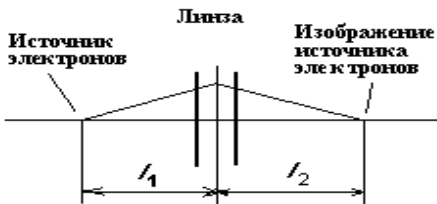


Рис. 12

увеличение линзы,  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления среды с разных сторон линзы.

**43.** Показать, что для тонкой слабой электростатической линзы выполняется условие:  $f_1/l_1 + f_2/l_2 = 1$ , где  $f_1$  и  $f_2$  — фокусные расстояния линзы,

$l_1$  и  $l_2$  — расстояния от источника электронов до линзы и от линзы до изображения источника электронов соответственно (рис.12).

**44.** Электростатическая линза (рис.13) образована в отверстии металлического экрана 2, разделяющего пространство между катодом 1 и коллектором электронов 3. Диаметр отверстия в экране  $\delta = 5$  мм, расстояния между электродами:  $d_1 = 20$  мм,  $d_2 = 30$  мм. Потенциалы: катода  $U_1 = 0$ , экрана  $U_2 = 200$  В, коллектора  $U_3 = 500$  В. Найти фокусное расстояние линзы.

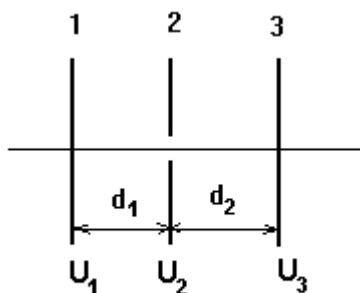


Рис.13

**45.** К системе электродов, описанной в задаче 44, приложены следующие потенциалы:  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = 400$  В,  $U_3 = 550$  В. Найти фокусное расстояние линзы.

**46.** К системе электродов, описанной в задаче 44, приложены следующие потенциалы:  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = 800$  В,  $U_3 = 500$  В. Найти фокусное расстояние линзы.

**47.** Система электродов, описанная в задаче 44, имеет следующие значения параметров:  $\delta = 10$  мм,  $d_1 = d_2 = 50$  мм. Каково фокусное расстояние линзы, если потенциалы электродов имеют следующие значения:  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = U_3$ ?

**48.** Система электродов, описанная в задаче 47, имеет следующие значения параметров:  $\delta = 10$  мм,  $d_1 = d_2 = 100$  мм. Потенциал диафрагмы  $U_2 = 500$  В, потенциал катода  $U_1 = 0$ . При каком потенциале коллектора фокусное расстояние рассеивающей линзы будет наименьшим? Чему оно равно?

**49.** Электронно-оптическая система (рис.14) образована четырьмя электродами: катодом К, диафрагмами 1 и 2 и коллектором Э. Потенциал катода  $U_K = 0$ ; потенциалы диафрагм  $U_1 = 500$  В,  $U_2 = 1000$  В; коллектор Э соединен с диафрагмой 2 ( $U_3 = U_2$ ). Расстояния между электродами  $d_1 = 50$  мм,  $d_2 = 20$  мм. Рассматривая оптическую систему как совокупность двух линз-диафрагм, найти оптическую силу системы. Убедиться, что система двух диафрагм всегда собирающая.

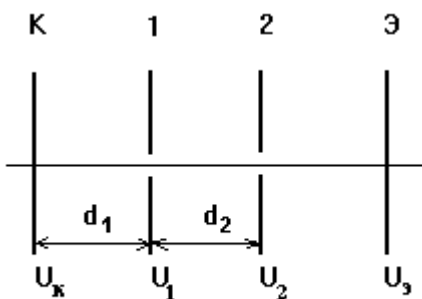


Рис.14

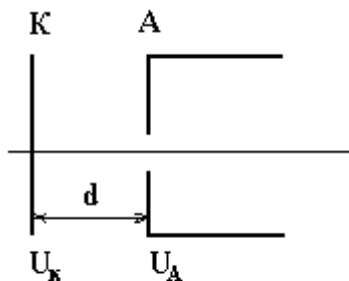


Рис.15

50. Электронно-оптическая система (рис.15) образована катодом К и анодом А, соединенным с пролетным каналом. Диаметр отверстия в аноде  $\delta = 2$  мм, расстояние между катодом и анодом  $d = 10$  мм, разность потенциалов  $\Delta U = 2,0$  кВ. Найти фокусное расстояние образующейся электронной линзы. Убедиться, что образующаяся линза — рассеивающая.

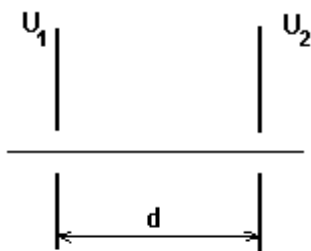


Рис.16

51. Линза (рис. 16) образована двумя диафрагмами, расстояние между которыми  $d = 10$  мм. Потенциалы диафрагм отсчитываются относительно потенциала катода электронной пушки и равны  $U_1 = 1,0$  кВ и  $U_2 = 2,0$  кВ, соответственно. Найти оптическую силу системы считая, что её образует совокупность двух линз-диафрагм. Отверстия в диафрагмах имеют круглую форму и достаточно малы по сравнению с расстоянием  $d$ .

52. Потенциал на оси одиночной линзы может быть представлен в виде  $U(z) = U_0 + A \exp(-bz^2)$ . Считая  $U_0 = 1$  кВ,  $A = 0,5$  кВ,  $b = 4 \text{ см}^{-2}$ , определить фокусное расстояние линзы. Линзу считать тонкой (рис.17).

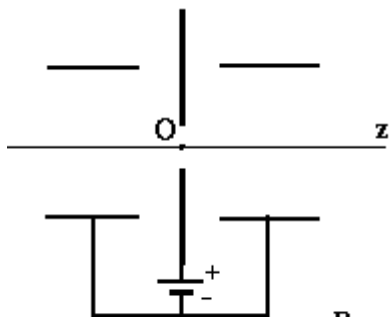


Рис.17

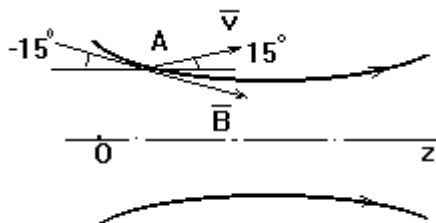


Рис.18

53. Для линзы, описанной в задаче 52,  $U_0 = 5$  кВ,  $A = -2$  кВ,  $b = 9$  см<sup>-2</sup>. Найти оптическую силу линзы.

54. Электрон с энергией 10 кэВ входит в неоднородное аксиально-симметричное магнитное поле (рис.18). Найти силу, действующую на электрон, если в некоторой точке А угол между скоростью электрона и осью системы равен  $15^\circ$ , а угол между вектором магнитной индукции и осью системы равен  $-15^\circ$ . Индукция магнитного поля 1 Тл;  $v_\phi = 0$ .

55. Магнитная электронная линза образована витком диаметром  $d = 20$  мм, по которому течёт ток  $I = 25$  А (рис. 19). Энергия параксиальных электронов, входящих в такую линзу, равна  $W = 1,0$  кэВ. Найти оптическую силу линзы.

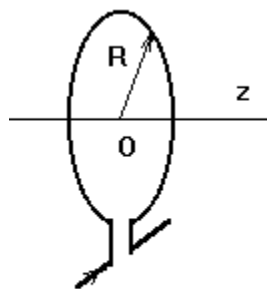


Рис.19

56. Найти оптическую силу линзы, описанной в задаче 55, если вместо электрона в линзу входит ион водорода с той же энергией 1 кэВ.

57. Для магнитной линзы, описанной в задаче 55, найти угол поворота изображения.

58. Магнитная линза образована короткой магнитной катушкой, имеющей 10 витков, по которой течет ток  $I = 10$  А. Найти оптическую силу магнитной линзы для электронов с энергией 1 кэВ, если средний диаметр катушки 50 мм.

59. Какой ток надо пропустить через катушку, описанную в задаче 58, чтобы ее оптическая сила для ионов водорода с энергией 1 кэВ была такой же, как и для электронов с этой же энергией?



**60.** Для вычисления значения магнитного поля экранированных катушек с экраном из магнитно-насыщенного материала хорошее согласие с экспериментом дает формула  $B_0(z) = B_m / (1 + (z/a)^2)$ . Пользуясь этой формулой, найти оптическую силу линзы, образованной такой катушкой, для электронов с энергией  $W = 5$  кэВ, если  $B_m = 10$  кГс,  $a = 5$  мм (рис.20).

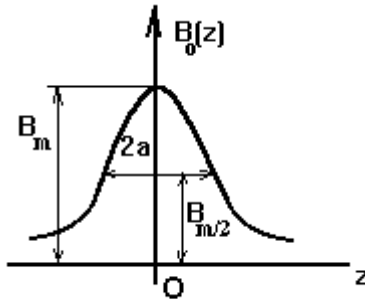


Рис.20

**61.** На какой угол повернется изображение в линзе, описанной в задаче 60?

**62.** Магнитная линза образована экранированной катушкой из тонкого провода, имеющей  $N = 10$  витков. Ток в катушке  $I = 10$  А; средний радиус катушки  $R = 10$  мм; поправочный коэффициент, учитывающий экран, равен  $k = 0,6$ . Энергия электронов, входящих в линзу, равна  $W = 5$  кэВ. Найти оптическую силу этой линзы для электронов указанной энергии.

**63.** Найти радиус кружка рассеяния электронов с энергией  $W = 1,0$  кэВ, вызванного хроматической aberrацией электростатической электронной линзы. Расстояние от источника А электронов указанной энергии до линзы и от линзы до изображения этого источника равны  $l_1 = 4$  см и  $l_2 = 4$  см, соответственно. Диаметр отверстия в диафрагме  $d = 6$  мм; разброс энергии электронов  $\Delta W = \pm 0,2$  кэВ (рис. 21).

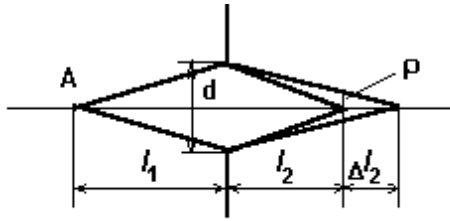


Рис.21

64. Определить разброс энергии электронов, если радиус кружка рассеяния, вызванного хроматической aberrацией электростатической электронной линзы типа диафрагмы с диаметром отверстия  $d = 4$  мм, равен  $\rho = 0,2$  мм; фокусное расстояние  $f = 40$  мм для электронов с энергией  $W = 1,0$  кэВ, расстояние от источника электронов до линзы  $l_1 = 100$  мм (см. рис.21).

## ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ЗАРЯД

В промежутке между катодом и анодом длиной  $d$  распределение потенциала в вакууме линейно  $U(x) = U(a) \frac{x}{d}$  (это распределение является решением уравнения Лапласа  $\Delta U = 0$ ). По мере увеличения плотности тока объемный заряд  $\rho(x)$  в промежутке растет, изменяя распределение потенциала и приводя к возникновению вблизи поверхности катода потенциального барьера — «виртуального катода», от которого электроны отражаются обратно на катод. Для определения распределения потенциала в промежутке необходимо решать уравнение Пуассона  $\Delta U = -4\pi\rho(x)$ . Если считать, что электроны эмитируются с катода с нулевой скоростью (тепловая энергия эмиссионных электронов много меньше энергии, приобретаемой в промежутке), то устойчивым является режим, когда «виртуальный катод» не образуется, а электрическое поле на поверхности катода равно нулю:

$$E = \left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=0} = 0. \text{ При таком граничном условии в режиме ограни-$$

чения тока объемным зарядом распределение потенциала в промежутке:  $U(x) = U(a) \left( \frac{x}{d} \right)^{4/3}$ . В этом случае плотность электронного тока, который можно пропустить через промежуток, ограничена величиной, зависящей от напряжения на аноде  $U_a$  и от расстояния между катодом и анодом  $d$ :

$$j_{3/2} \left[ \text{A/cm}^2 \right] = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m_e}} \frac{U_a^{3/2}}{d^2} = 2.33 \cdot 10^{-6} \frac{U_a^{3/2} [\text{В}]}{d^2 [\text{см}]}.$$

Это соотношение получило название закона Чайльда-Ленгмюра, или закона «3/2». Для тока однозарядных ионов:

$$j_i \left[ \text{A/cm}^2 \right] = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{M_i}} \frac{U_a^{3/2}}{d^2} = 5.46 \frac{U_a^{3/2} [\text{В}]}{\sqrt{M_i [\text{a.e.m.}] d^2 [\text{см}]}.$$

Если учитывать начальную скорость эмитированных электронов  $v_0$ , то около катода возникает «виртуальный катод» (потенциальный барьер) глубиной  $e\varphi_m = mv_0^2 / 2$  на расстоянии  $x_m = \sqrt{\frac{mv_0^3}{18\pi e j}}$  от катода.

Для цилиндрических диодов предельная плотность электронного тока также зависит от напряжения на аноде как степень «3/2», но зависимость от расстояния между катодом и анодом носит более сложный характер (как результат решения уравнения Пуассона в цилиндрических координатах) и описывается специальной функцией Богуславского  $\beta\left(\frac{r_a}{r_k}\right)$ , где  $r_a$  и  $r_k$  — радиусы

анода и катода соответственно:  $j_{3/2} = \frac{2}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{U_a^{3/2}}{r_a \beta^2\left(\frac{r_a}{r_k}\right)}$ . Для

полного тока, приходящего на анод,  $I_{3/2} = j_{3/2} S_a$  ( $S_a = 2\pi r_a l_a$  — площадь анода):

$$I_{3/2} [\text{A}] = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{U_a^{3/2} S_a}{r_a^2 \beta^2\left(\frac{r_a}{r_k}\right)} = 2.33 \cdot 10^{-6} \frac{U_a^{3/2} [\text{В}] S_a [\text{см}^2]}{r_a^2 [\text{см}] \beta^2\left(\frac{r_a}{r_k}\right)}$$

формула Ленгмюра-Богуславского. Значения функции Богуславского можно найти в виде таблиц в справочной литературе [1]. Распределение потенциала в промежутке описывается соотношением:

$$U(r) = U_a \left(\frac{r}{r_a}\right)^{3/2} \left(\frac{\beta^2(r/r_k)}{\beta^2(r_a/r_k)}\right)^{2/3}$$

Для сферического диода полный ток на анод  $I_a$ :

$$I_a [\text{A}] = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{U_a^{3/2}}{\alpha^2 \left( \frac{r_k}{r_a} \right)} = 29.3 \cdot 10^{-6} \frac{U_a^{3/2} [\text{B}]}{\alpha^2 \left( \frac{r_k}{r_a} \right)},$$

где  $\alpha(r_d/r_k)$  — функция Ленгмюра [1]. Распределение потенциала между катодом и анодом:

$$U(r) = U(a) \left( \frac{\alpha(r_k / r)}{\alpha(r_k / r_a)} \right)^2.$$

Для описания расхождения пучка заряженных частиц под действием собственного объемного заряда также следует решать уравнение Пуассона, для ленточного пучка двумерное (по оси  $z$  пучок бесконечен):

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -4\pi\rho(x, y),$$

а также уравнение движения для граничной заряженной частицы. В случае бесконечного ленточного пучка для определения электрического поля на границе вместо уравнения Пуассона можно использовать теорему Гаусса о равенстве потока электрического поля через поверхность заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью. Для пучка, направленного по оси  $x$ , профиль границы пучка описывается зависимостью  $y(x)$ :

$$y = y_0 + \text{tg}\gamma \cdot x + px^2 / 2,$$

где  $p = \frac{J}{4\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m} U_0^{3/2}}}$ ,  $J$  [А/м] — погонная плотность тока (ток

на единицу ширины бесконечного ленточного пучка),  $U_0$  [В] — потенциал, которым был ускорен пучок до входа в пролетный промежуток,  $\gamma$  — угол сходимости пучка на входе. Местоположение самого узкого в поперечном размере участка пучка, так называемого «кроссовера»  $x_{\text{кр}}$ , определяется из условия  $dy/dx = 0$ , т.е.  $x_{\text{кр}} = \text{tg}\gamma/p$ .

Для цилиндрического пучка, влетающего в пролетный участок параллельно оси  $x$  с начальным радиусом  $r_0$ , зависимость радиуса пучка  $r(x)$  задается соотношением:

$$\frac{x}{r_0} = 4 \sqrt{\frac{e}{2m}} \frac{U_0^{3/4}}{I^{1/2}} \int_1^R \frac{d\zeta}{\sqrt{\ln \zeta}} = 32.3 \frac{U_0^{3/4} [\text{кВ}]}{I^{1/2} [\text{мА}]} \int_1^R \frac{d\zeta}{\sqrt{\ln \zeta}},$$

где  $I$  — полный ток пучка, ускоренного потенциалом  $U_0$ ,  $R = r/r_0$  (числовой коэффициент дан для электронного пучка). Для сходящегося пучка, входящего в пролетный промежуток под углом  $\gamma$  к оси  $x$ :

$$\frac{x}{r_0} = \sqrt{\frac{2e}{m}} U_0 \int_1^R \frac{d\zeta}{\sqrt{\sqrt{\frac{8e}{mU_0}} I \ln \zeta + \frac{2e}{m} U_0 \cdot \text{tg}^2 \gamma}}.$$

Радиус пучка в наиболее узком месте (в кроссовере) определяется из соотношения:

$$\ln \frac{r_0}{r_{\min}} = \frac{U_0^{3/2}}{I} \sqrt{\frac{e}{2m}} \text{tg}^2 \gamma \approx 1.04 \cdot 10^3 \frac{U_0^{3/2} [\text{кВ}]}{I [\text{мА}]} \text{tg}^2 \gamma,$$

где численный коэффициент дан для электронного пучка.

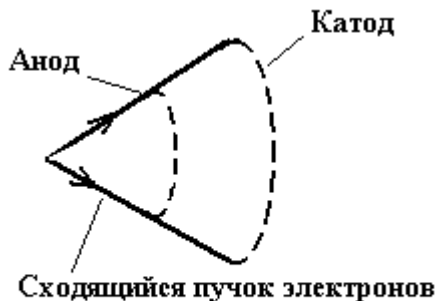
## ЗАДАЧИ

**65.** Найти плотность тока электронов в плоском диоде при разности потенциалов между катодом и анодом  $U = 10$  кВ и расстоянии между ними  $d = 10$  мм.

**66.** Найти плотность тока ионов водорода  $\text{H}^+$  по условию задачи 65.

**67.** Плоский диод работает в режиме ограничения тока объемным зарядом. Напряжение на диоде  $U = 1$  кВ, энергия электрона при выходе из катода равна нулю. Чему равна энергия электрона  $W$ ,

- когда он находится на равном расстоянии между электродами? На  $1/4$  расстояния между катодом и анодом (ближе к катоду)?
- 68.** При каком напряжении между плоским эмиттером ионов и коллектором плотность тока однозарядных ионов цезия, образующихся на эмиттере, достигнет  $j = 20 \text{ мА/см}^2$ . Расстояние между эмиттером ионов и коллектором равно  $d = 5 \text{ мм}$ .
- 69.** Через плоский диод с расстоянием между катодом и анодом, равным  $d = 5 \text{ мм}$ , течет ток с плотностью  $j = 20 \text{ мА/см}^2$ , ограниченный объемным зарядом. Чему равна напряженность электрического поля посередине между электродами?
- 70.** Через плоский диод, расстояние между катодом и анодом которого  $d = 1 \text{ см}$ , течет ток с плотностью  $j = 1,0 \text{ А/см}^2$ . Ток ограничен объемным зарядом. Чему равна напряженность электрического поля у поверхности анода?
- 71.** Через плоский диод течёт ток плотностью  $j = 1,0 \text{ А/см}^2$ , расстояние между катодом и анодом равно  $d = 5 \text{ мм}$ . В центре между электродами возник ион  $\text{N}^{++}$ . Какой энергией будет обладать этот ион при подлёте к катоду?
- 72.** Найти электронный ток, протекающий через цилиндрический диод. Размеры диода: диаметр катода  $d_K = 0,5 \text{ мм}$ , диаметр анода  $d_A = 4 \text{ мм}$ , высота диода  $l_a = 10 \text{ мм}$ . Функция Богуславского  $\beta^2(8) = 0,92$ ; напряжение на диоде  $U = 400 \text{ В}$ . Ток ограничен объёмным зарядом.
- 73.** По условию задачи 72 найти величину напряженности электрического поля у поверхности анода.
- 74.** В обращенном магнетроне катодом служит цилиндр, диаметр которого  $d_K = 10 \text{ мм}$ , а анодом – нить, натянутая по оси цилиндра, диаметром  $d_A = 0,5 \text{ мм}$ . Найти максимальный ток электронов, который может течь через такой магнетрон без магнитного поля, если напряжение на нём  $U = 10 \text{ кВ}$ , высота цилиндра  $l_a = 20 \text{ мм}$ , а функция Богуславского  $[-\beta(20)]^2 = 115,6$ . Ток ограничен объёмным зарядом.
- 75.** Для создания сходящегося пучка электронов используется катод в виде сферы и концентрический с ним сетчатый анод (рис. 22). Какова плотность тока на катоде такого диода, если радиус катода  $r_K = 50 \text{ мм}$ , напряжение на диоде  $U = 10 \text{ кВ}$ , а функция Ленгмюра  $[-\alpha(2)]^2 = 0,75$ ?



**Рис.22**

**76.** В плоском диоде, расстояние между катодом и анодом которого равно  $l = 1,0$  см, течёт ток плотностью  $j = 100$  А/см<sup>2</sup>. Найти полный заряд электронов в межэлектродном промежутке, приходящийся на 1 см<sup>2</sup> поверхности электродов. Ток ограничен объёмным зарядом.

**77.** Пушка Пирса состоит из катода, потенциал которого равен нулю, и выходного электрода-диафрагмы, потенциал которого  $U_a = 2$  кВ. Расстояние между плоской частью катода, являющейся эмиттером электронов, и плоскостью отверстия в аноде равно  $l = 1,0$  см, площадь катода  $S = 0,5$  см<sup>2</sup>. Найти полный ток пучка электронов, инжектируемого пушкой Пирса. Ток ограничен объёмным зарядом.

**78.** Считая напряжённость электрического поля за анодом пушки Пирса равной нулю, оценить величину фокусного расстояния образующейся рассеивающей электронной линзы для пушки, описанной в задаче 77, а также угол расхождения электронного пучка.

**79.** Бесконечно широкий ленточный параллельный пучок электронов выходит из электронной пушки в плоскости  $z = 0$ . Ток, приходящийся на 1 см его ширины, равен  $I = 100$  мА. Энергия электронов в пучке  $W = 5$  кэВ. Найти величину электрического поля на границе пучка (рис. 23).



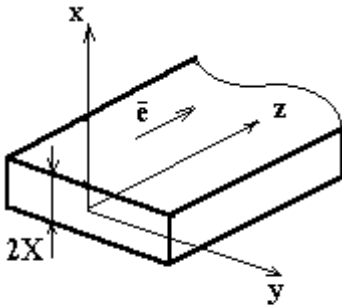


Рис.23

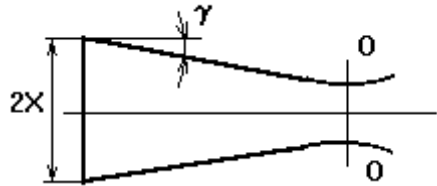


Рис.24

80. На входе в пролётный канал ленточный пучок электронов имеет высоту  $2X = 10$  мм и угол схождения  $\gamma = 10^\circ$ . Ток пучка, приходящийся на 1 см его ширины, равен  $I = 1,0$  А. Энергия электронов на входе в канал  $W = 10$  кэВ. Найти расстояние от входа пучка в пролётный канал до кроссовера  $OO$  и высоту кроссовера (рис. 24).

81. На входе в пролётный канал параллельный ленточный пучок электронов имеет высоту  $2X = 5$  мм и энергию электронов  $W = 10$  кэВ (рис. 25). Высота канала  $2H = 20$  мм, ток пучка, приходящийся на 1 см его ширины, равен  $I = 25$  мА. Какова длина пролётного канала, способного пропустить этот пучок без потерь?

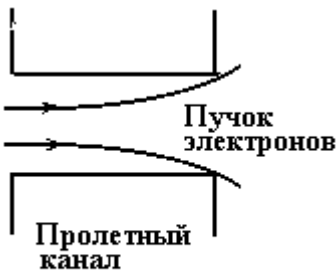


Рис.25

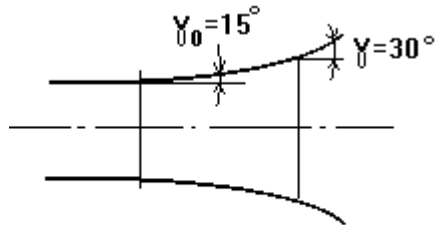


Рис.26

82. Расходящийся ленточный пучок электронов с энергией  $W = 25$  кэВ и током  $I = 50$  мА на 1 см своей ширины имеет начальный угол расхождения  $\gamma_0 = 15^\circ$  (рис. 26). На каком расстоя-

нии от начала пучка угол расхождения достигнет значения  $\gamma = 30^\circ$ ?

**83.** Ток электронов в параллельном пучке круглого сечения диаметром  $d = 10$  мм, равен  $I = 100$  мА. Энергия электронов в пучке  $W = 10$  кэВ. Найти напряжённость электрического поля и индукцию магнитного поля на границе пучка. Вычислить отношение электрической и магнитной сил для электрона, движущегося на границе пучка.

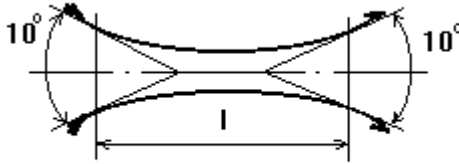
**84.** Ток ионов водорода  $H^+$  в параллельном пучке круглого сечения диаметром  $d = 10$  мм равен  $I = 100$  мА. Энергия ионов в пучке  $W = 10$  кэВ. Чему равна сила, действующая на ион, движущийся на границе пучка?

**85.** На входе в пролётный канал пучок электронов имеет диаметр  $d = 5$  мм. Вектор скорости электронов направлен вдоль оси канала, а модуль скорости равен  $v = 5 \cdot 10^9$  см/с. Ток электронов в пучке  $I = 100$  мА. Диаметр пролётного канала  $D = 15$  мм. Какую длину канала сможет пройти пучок без потерь? Рассеянием на остаточном газе пренебречь.

**86.** Угол схождения круглого пучка электронов  $\gamma = 10^\circ$ ; диаметр пучка на входе в пролётный канал равен  $d = 5$  мм; энергия электронов  $W = 5$  кэВ; ток электронов в пучке  $I = 500$  мА. Найти расстояние от входа пучка в пролётный канал до кроссовера, величину минимального сечения пучка и напряжённость электрического поля на границе пучка в этом сечении.

**87.** Круглый пучок ионов  $D^+$  имеет диаметр  $d = 4$  мм, энергия ионов в пучке  $W = 50$  кэВ, ток в пучке  $I = 100$  мА. Начальный угол расхождения равен нулю. На каком расстоянии от начальной точки угол расхождения достигнет величины  $\gamma = 15^\circ$ ?

**88.** Угол схождения круглого электронного пучка с током  $I = 25$  мА равен  $\gamma = 10^\circ$ , диаметр сечения пучка  $d = 5$  мм. Энергия электронов  $W = 10$  кэВ (рис. 27). На каком расстоянии от кроссовера угол расхождения пучка станет равным первоначальному углу схождения?



**Рис.27**

**89.** Диаметр выходного электрода электронной пушки равен  $d = 5$  мм. Энергия электронов  $W = 25$  кэВ; пучок параллельный; ток электронов в пучке  $I = 100$  мА. На каком расстоянии от выходного электрода диаметр пучка увеличится вдвое?

**90\*.** Вывести формулу для распределения потенциала в случае существования «виртуального катода» около поверхности катода, эмитирующего электроны со скоростью  $v_0$ .

## ЭМИССИОННАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

### Термоэлектронная эмиссия

Испускание электронов нагретыми проводящими материалами называется *термоэлектронной эмиссией*. В рамках модели Зоммерфельда (вырожденный электронный газ в потенциальной яме) плотность термоэмиссионного тока с поверхности катода, нагретой до температуры  $T$ , можно рассчитать по формуле Ричардсона — Дэшмана:

$$j_T = AT^2 \exp\left(-\frac{e\varphi_a}{kT}\right),$$

где  $\varphi_a$  — работа выхода электрона из материала катода при эмиссионной температуре;  $k$  — постоянная Больцмана;  $A = A_0D$  — постоянная Ричардсона, учитывающая прозрачность барьера между металлом и вакуумом  $D = (1 - r)$ ;  $r$  — коэффициент отражения электронов от барьера;

$A_0 = \frac{4\pi me k^2}{h^3} = 120,4 \left[ \frac{\text{А}}{\text{см}^2 \text{К}^2} \right]$  —

универсальная постоянная. Следует учесть, что работа выхода зависит от температуры (вследствие теплового расширения), обычно эта зависимость линейная:  $\varphi_a = \varphi_0 + \alpha(T - T_0)$ ,  $\alpha = 10^{-5} \div 10^{-4}$  эВ/град — температурный коэффициент, который может быть как положительным, так и отрицательным. Реально значение постоянной Ричардсона  $A$  для разных металлов изменяются от 15 до 350 А/(см<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>), значения  $A$  для некоторых металлов представлены в табл.П2. Средняя энергия, уносимая электроном с поверхности при термоэлектронной эмиссии равна:  $\overline{W}_e = 2kT_s$ , где  $T_s$  — температура поверхности эмиттера.

Рост электронного тока эмиссии под действием внешнего электрического поля вследствие снижения работы выхода электрона из твердого тела (понижения потенциального барьера)  $\varphi_E = \varphi_a - \Delta\varphi_{\text{ш}}$  называется *эффектом Шоттки*. Снижение работы выхода можно оценить из соотношения:

$$e\Delta\varphi_{\text{ш}} [\text{эВ}] = e^{3/2} E^{1/2} = 3,79 \cdot 10^{-4} E^{1/2} [\text{В/см}].$$

## Полевая (автоэлектронная) эмиссия

Испускание электронов под действием внешнего электрического поля высокой напряженности  $E$ , которая обусловлена вероятностью подбарьерного перехода потенциального барьера, имеющего во внешнем электрическом поле ограниченную ширину, называется *полевой* или *автоэлектронной эмиссией*. Коэффициент прохождения барьера зависит от энергии электрона  $W_x$  в потенциальной яме глубины  $U_0$ :

$$D(W_x) = \exp \left[ - \frac{8\pi\sqrt{2m_e}}{3he} \cdot \left( \frac{U_0 - W_x}{E^{2/3}} \right)^{3/2} \cdot \theta(\zeta) \right],$$

где  $\theta(\zeta)$  — функция Нордгейма, выражающаяся через эллиптические интегралы,  $\zeta = \frac{\Delta\varphi_{ш}}{\varphi_a(W_x)} = \frac{\Delta\varphi_{ш}}{U_0 - W_x} = \frac{e^{3/2}E^{1/2}}{U_0 - W_x}$ . Для  $0 < \zeta < 1$   $\theta(\zeta) \approx 0.955 - 1.03\zeta^2$ . Плотность тока авто-электронной эмиссии можно описать формулой Фаулера-Нордгейма:

$$\begin{aligned} j_{AE} \left[ \frac{\text{А}}{\text{см}^2} \right] &= B_0 \cdot \frac{E^2}{e\varphi_a} \cdot \exp \left( - \frac{(e\varphi_a)^{3/2} \theta(\Delta\varphi_{ш} / \varphi_a)}{E / E_0} \right) = \\ &= 6.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\sqrt{W_F / e\varphi_a} E^2 [\text{В/см}]}{W_F + e\varphi_a} \times \\ &\times \exp \left( - \frac{6.85 \cdot 10^7 \cdot (e\varphi_a)^{3/2} \theta(\Delta\varphi_{ш} / \varphi_a)}{E [\text{В/см}]} \right), \end{aligned}$$

где  $W_F$  — граничная энергия Ферми,  $B_0 = e^2 / (8\pi h)$ ,  $E_0 = 8\pi\sqrt{2m_e} / (3he)$ . Влияние множителя  $E^2$ , подобно влиянию множителя  $T^2$  в формуле Ричардсона — Дэшмана, незначительно. Более существенно влияние экспоненциальной зависимости

от работы выхода электрона  $e\varphi_a$ . Полевая эмиссия является одной из причин пробоя вакуумных промежутков, особенно на остриях.

### Фотоэлектронная эмиссия

Испускание электронов под действием падающего на поверхность электромагнитного излучения называется *фотоэлектронной эмиссией*. Фотоэлектронный ток в режиме насыщения пропорционален падающему на эмиттер потоку (или интенсивности облучения  $I$  [Вт/см<sup>2</sup>]):  $j_{\Phi\text{Э}} \sim I$  (закон Столетова).

Максимальная энергия фотоэлектронов прямо пропорциональна частоте падающего излучения и не зависит от его интен-

сивности:  $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - e\varphi_a$  (закон Эйнштейна). Следствием

закона Эйнштейна является существование длинноволновой (красной) границы  $\lambda$  области спектра падающего излучения, которое может вызывать фотоэмиссию электронов:  $\lambda < \lambda_0$ , или  $\nu > \nu_0 = c/\lambda_0 = e\varphi_a/h$ , таким образом, граничная длина волны выражается через работу выхода:  $\lambda_0 [\text{Å}] = 12300/(e\varphi_a [\text{эВ}])$ . Фотоэффект можно характеризовать либо *квантовым выходом*  $Y$  — числом электронов на один фотон ( $Y = 10^{-3} \div 10^{-1}$ ), либо плотностью фототока, определяемой зависимостью Фаулера:

$$j_{\Phi} \sim \begin{cases} A_0 T^2 \exp\left(\frac{h\nu - h\nu_0}{kT}\right), & \nu \leq \nu_0 = e\varphi_a / h; \\ \frac{A_0 T^2}{2} \left( \frac{(h\nu - h\nu_0)^2}{k^2 T^2} + \frac{\pi^2}{3} \right), & \nu > \nu_0. \end{cases}$$

Из формулы Фаулера видно, что не существует точной границы фотоэффекта, фототок спадает экспоненциально при  $\nu < \nu_0$ , при  $\nu > \nu_0$  плотность фототока пропорциональна квадрату частоты падающего излучения  $j_{\Phi} \sim \nu^2$ .

## Вторичная электронная эмиссия

Эмиссия электронов с поверхности твердого тела, бомбардируемой потоком электронов, ионов или атомов, называется вторичной электронной эмиссией. Вторичная электронная эмиссия характеризуется количеством вторичных электронов на одну первичную частицу. Для электрон-электронной эмиссии коэффициент вторичной электронной эмиссии  $\delta_e = N_s/N_p$ , где  $N_s$  — число истинно вторичных электронов,  $N_p$  — число первичных электронов, падающих на поверхность в единицу времени. Кроме истинно вторичных электронов возможно отражение первичных электронов от поверхности, их выход характеризуется коэффициентом отражения  $\eta_e = (N_e + N_u)/N_p$ , где  $N_e$  и  $N_u$  — упруго и неупругоотраженные электроны. Зависимость  $\delta_e$  от энергии первичных электронов  $W_p$  задается эмпирической формулой (Kollath):

$$\frac{\delta_e(W_p)}{\delta_{e\max}} = (2.72)^2 \frac{W_p}{W_{\max}} \exp\left(-2\sqrt{\frac{W_p}{W_{\max}}}\right),$$

где  $\delta_{e\max} = \sqrt{0.35\epsilon\varphi_a}$ ,  $W_{\max}$  — значение и положение максимума зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии от энергии представлены для разных материалов в табл.П7. Зависимость  $\delta_e$  от угла падения первичных электронов  $\alpha$  (угол с нормалью к поверхности) для  $\alpha < 60^\circ$  можно представить в виде:

$$\delta_e(\alpha) = \delta_e(0) / \cos^\beta \alpha,$$

где  $\beta = 1.3 \div 1.5$ . Чем больше  $\alpha$ , тем меньше расстояние нужно преодолеть вторичному электрону для выхода. Эмпирическая зависимость коэффициента отражения  $\eta_e$  для нормального падения электронов от энергии первичных электронов  $W_p$  и атомного номера  $z$ :

$$\eta_e(W_p, z) = W_p^{m(z)} \exp(C(z)),$$

где  $m(z) = 0.1382 - 0.9211z^{-0.5}$ ,  $C(z) = 0.1904 - 0.2236\ln z + 0.1292 \times \ln^2 z - 0.01491\ln^3 z$  (Hunger). Зависимость  $\eta_e$  от угла падения  $\alpha$ :

$$\eta_e(\alpha) = 0.891 \left( \frac{\eta_e(0)}{0.891} \right)^{\cos \alpha} \quad (\text{Darlington}).$$

### Поверхностная ионизация

Ионная эмиссия за счет поверхностной ионизации происходит при попадании атомов или молекул газа на поверхность металла. Часть из них после адсорбции испаряются обратно в вакуум, но уже в виде положительных или отрицательных ионов. Степень поверхностной ионизации  $\alpha = n_i/n_a$ , где  $n_i$  — плотность ионов, отлетающих от поверхности,  $n_a$  — плотность испаряющихся атомов. Коэффициент поверхностной ионизации  $\beta = n_i/n = n_i/(n_i + n_a)$  ( $\beta = \alpha/(1 + \alpha)$ ). При образовании положительных ионов степень ионизации вычисляется из уравнения Саха — Ленгмюра:

$$\alpha = \frac{g_i}{g_a} \exp\left(\frac{e(\varphi_a - U_i)}{kT}\right),$$

где  $U_i$  — потенциал ионизации атомов;  $e\varphi_a$  — работа выхода электронов из металла;  $g_i/g_a$  — отношение статистических весов ионного и атомного состояний ионизирующихся частиц (равно 1/2 для одновалентного адсорбирующего металла и 2 для двухвалентного). Если энергия ионизации атомов покрытия (например, Cs, K, Na на W) меньше работы выхода электронов из металлической подложки, то практически все испаряющиеся с покрытия атомы покидают поверхность в виде положительных ионов.

Атомы некоторых элементов могут покидать поверхность, присоединяя к себе электрон и превращаясь в отрицательный ион. Для разрушения отрицательного иона требуется совершить некоторую работу, которую называют *энергией сродства*  $eS$ . Таким образом, часть таких адсорбированных атомов испаряются в виде отрицательных ионов. Для определения степени ионизации отрицательных ионов можно использовать уравнение, аналогичное уравнению Саха — Ленгмюра:

$$\alpha_- = g_-/g_a \exp(e(S - \varphi_a)/kT).$$



## ЗАДАЧИ

91. Найти плотность тока термоэмиссии вольфрамового катода при температуре его плавления.
92. Найти плотность тока термоэмиссии для танталового катода при температуре его плавления.
93. Какое напряжение нужно приложить к плоскому диоду с катодом из вольфрама для того, чтобы ток, текущий через диод, достиг насыщения? Температура катода равна  $T = 3200^\circ\text{C}$ , расстояние между катодом и анодом составляет  $d = 5$  мм.
94. Какую мощность нужно подвести к катоду из вольфрама плоского диода площадью  $S = 1,0$  см<sup>2</sup> (рис. 28), если напряжение на диоде  $U = 10$  кВ, температура катода  $T = 2835$  К, степень черноты вольфрама  $\alpha = 0,5$ , а расстояние между катодом и анодом равно  $d = 1,0$  см.? Катод К и нагреватель Н прикрыты экраном Э так, что тепло излучается только с поверхности катода, обращённой к сетчатому аноду А, прозрачному для излучения катода.

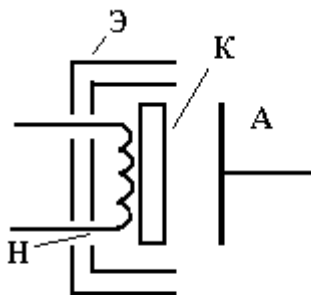


Рис. 28

95. Какую мощность нужно подвести к катоду плоского диода, описанного в задаче 94, если напряжение на диоде увеличить до  $U = 25$  кВ? (Эффектом Шоттки пренебечь.)
96. При каком напряжении между катодом и анодом плоский диод с катодом из карбида циркония перейдет в режим насыщения, если температура катода  $T = 1400$  К, а расстояние между катодом и анодом  $d = 4$  мм?

**97.** Найти коэффициент прозрачности барьера на границе металл — вакуум для молибдена, если постоянная Ричардсона  $A = 55 \text{ А}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)$ , а температурный коэффициент работы выхода  $\alpha = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}/\text{К}$ .

**98.** Найти коэффициент прозрачности барьера для карбида циркония. Постоянная Ричардсона  $A = 140 \text{ А}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)$ , а температурный коэффициент работы выхода  $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}/\text{К}$ .

**99.** Считая прозрачность барьера для электронов на границе металл — вакуум (вольфрам) равной  $D = 0,4$ , найти температурный коэффициент работы выхода и постоянную Ричардсона. Работа выхода, измеренная при  $T = 320^\circ\text{С}$  по фотоэмиссии,  $\phi_0 = 4,52 \text{ эВ}$ ; для термоэмиссии при эмиссионной температуре  $4,50 \text{ эВ}$ .

**100.** Найти минимальную энергетическую цену электрона для катода из вольфрама в диоде, конструкция которого описана в задаче 94. Температура катода  $T = 3200^\circ\text{С}$ , степень черноты вольфрама  $\alpha = 0,5$ . (Энергетической ценой термоэлектрона называют отношение мощности, затрачиваемой на нагрев катода, к числу электронов, эмитируемых катодом в единицу времени. Размерность  $\delta$  — эВ/электрон.)

**101.** Какое напряжение нужно приложить к диоду, описанному в задаче 94, чтобы энергетическая цена электрона равнялась 1,5 работы выхода? Катод вольфрамовый, температура его  $T = 3200^\circ\text{С}$ , степень черноты  $\alpha = 0,5$ .

**102.** Какое электрическое поле надо создать около катода для того, чтобы снизить работу выхода электронов из вольфрама за счёт эффекта Шоттки на 1%?

**103.** Чему равна средняя скорость электронов, эмитированных вольфрамовым катодом при температуре  $T = 3200^\circ\text{С}$ ? Какую среднюю тепловую энергию уносит электрон с катода?

**104.** Вычислить среднюю энергию термоэлектронов, эмитированных из танталового катода при плотности тока эмиссии  $j_T = 0,2 \text{ А}/\text{см}^2$  (рис.29).

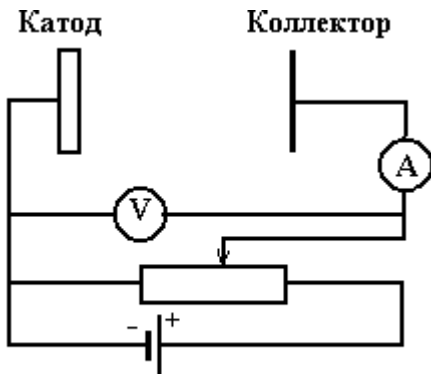


Рис.29

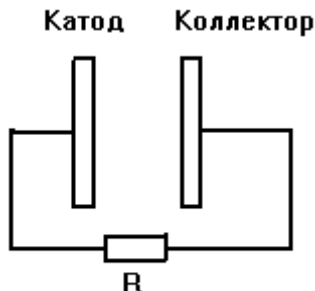


Рис.30

**105.** Найти тормозящую разность потенциалов, которую нужно приложить между катодом и коллектором электронов для того, чтобы ток в цепи уменьшился в  $N = 1,0 \cdot 10^3$  раз. Диод плоский, оба электрода из вольфрама, температура катода  $T = 3200^\circ\text{C}$  (рис. 29).

**106.** Коллектор термоэмиссионного преобразователя энергии изготовлен из торированного вольфрама, работа выхода электронов из которого  $e\phi_a = 2,6$  эВ. Вольфрамовый катод, нагретый до температуры  $T = 3200^\circ\text{C}$ , находится на расстоянии  $d = 2,0$  мм от коллектора. Найти ток короткого замыкания этого термоэмиссионного преобразователя энергии и мощность, выделяемую на внешнем сопротивлении  $R = 1,0$  Ом. Площадь поверхности обоих электродов одинакова и равна  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Начальная скорость электронов пренебрежимо мала (рис. 30).

**107.** При температуре катода  $T_1 = 2600$  К плотность тока насыщения диода равна  $j_1 = 0,895$  А/см<sup>2</sup>. При нагреве катода до температуры  $T_2 = 3200$  К плотность тока насыщения диода достигает величины  $j_2 = 58,6$  А/см<sup>2</sup>. Чему равны работа выхода электрона и постоянная Ричардсона для этого катода? Из какого материала изготовлен данный катод?

**108.** При определении эмиссионных характеристик катодного материала получены следующие данные:  $T_1 = 1500$  К,  $j_1 = 80$  мА/см<sup>2</sup>;  $T_2 = 1680$  К,  $j_2 = 1$  А/см<sup>2</sup>. Чему равны работа вы-

хода и постоянная Ричардсона для этого материала? Из какого материала изготовлен катод?

**109.** Пользуясь формулой Нордгейма для плотности тока полевой эмиссии, найти соотношение плотностей тока полевой эмиссии при следующих значениях напряженности электрического поля на катоде:  $E_1 = 2 \cdot 10^7$  В/см и  $E_2 = 4 \cdot 10^7$  В/см. Катод вольфрамовый.

**110.** Оценить среднюю плотность тока автоэлектронной эмиссии холодного «щёточного» катода из вольфрамовых иголок, если напряжённость электрического поля у острия равна  $E = 6 \cdot 10^7$  В/см, эффективная площадь острия  $S_0 = 1,0 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>2</sup>, а число иголок, приходящихся на 1 см<sup>2</sup> поверхности холодного «щёточного» катода равна  $N = 200$ .

**111.** С какой максимальной скоростью электроны покидают оксидно-бариевый катод (работа выхода  $e\varphi_a = 1,5$  эВ) при облучении его зеленым светом ( $\lambda = 5000$  Å) и ультрафиолетовым излучением с длиной волны  $\lambda = 2000$  Å? Температуру фотокатода считать равной нулю.

**112.** На какую величину изменится граничная частота появления фотоэлектронов с кислородно-цезиевого фотокатода, работа выхода электронов из которого равна  $e\varphi_a = 0,72$  эВ, если к катоду приложить ускоряющее электроны электрическое поле напряжённостью  $E = 1,0$  кВ/см?

**113.** Ультрафиолетовое излучение с длиной волны  $\lambda = 2500$  Å падает на поверхность чистого вольфрама. Найти максимальную скорость фотоэлектронов. Как изменится их скорость, если на поверхности вольфрама образуется пленка цезия?

**114.** В опыте П.И. Лукирского и С.С. Прилежаева (рис. 31) фотокатод облучался светом с длиной волны  $\lambda = 2400$  Å. Вольфрамовый катод был покрыт цезием, работа выхода электронов из которого равна  $e\varphi_a = 1,36$  эВ. Анод изготовлен из циркония (работа выхода электронов  $e\varphi_a = 4,15$  эВ) и был нагрет до температуры, не допускающей конденсации паров цезия. Какую разность потенциалов  $U$  необходимо было приложить между катодом и анодом для того, чтобы ток фотоэлектронов стал нулевым?

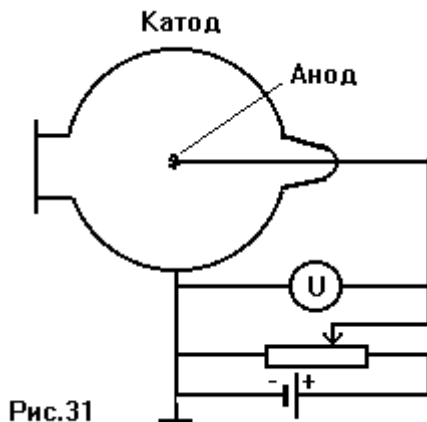


Рис.31

**115.** Фотоэлектронный умножитель состоит из фотокатода, 13 динодов и коллектора электронов. Диноды расположены друг от друга на расстоянии  $b = 1,5$  см. Первый динод находится от фотокатода на расстоянии  $a = 5$  см. Расстояние от последнего динода до коллектора электронов равно  $d = 1,0$  см. Напряжение  $U = 1,3$  кВ, поданное на фотоэлектронный умножитель, равномерно распределено между всеми электродами. Коэффициент вторичной электронной эмиссии каждого динода равен  $\delta_e = 1,8$ . Найти коэффициент усиления такого умножителя и время запаздывания электрического сигнала по сравнению со световым. Для простоты расчётов электрическое поле между каждой парой электродов считать однородным, а начальной скоростью вылета вторичных электронов можно пренебречь.

**116.** Вычислить коэффициент ионизации цезия на вольфрамовом эмиттере, имеющем температуру  $T = 1200$  К. Давление паров цезия считать бесконечно малым.

**117.** Вычислить среднее время жизни атома цезия на поверхности вольфрама, если средний период колебаний решётки вольфрама равен  $T = 1,0 \cdot 10^{-13}$  с, а энергия адсорбции  $Q_a = 0,38$  Дж/моль. Вычислить среднее количество атомов цезия, приходящихся на  $1 \text{ см}^2$  поверхности вольфрама, если давление паров цезия у поверхности вольфрама равно  $P = 1,0 \cdot 10^{-2}$  Торр. Температура поверхности вольфрама  $T = 1200$  К.

**118.** Найти величину потенциального барьера виртуального катода, который преодолевают термоэлектроны, эмитированные в режиме ограничения тока объемным зарядом с поверхности катода температуры  $T = 3000^\circ\text{C}$ .

- 119.** Рассчитать, во сколько раз количество эмитированных с поверхности катода при температуре  $T = 2500^\circ\text{C}$  электронов с энергией больше 1 эВ больше количества электронов с энергией больше 2 эВ.
- 120.** Определить, какую долю от общего числа составляют электроны, эмитированные с поверхности катода при температуре  $T = 3500^\circ\text{C}$ , энергия которых лежит в пределах от 1 до 2 эВ.
- 121\*.** Плотность тока фотоэлектронов с поверхности молибдена, облучаемого излучением, частота которого соответствует «красной границе», равна  $j_1 = 1,0 \text{ A/cm}^2$  при температуре  $T = 2000^\circ\text{C}$ . Найти плотность тока при той же температуре, но при облучения на частоте в 2 раза большей, если при температуре  $T = 0^\circ\text{C}$  плотность тока равна  $j_0 = 0,1 \text{ A/cm}^2$ .
- 122.** Сравните коэффициент истинной вторичной эмиссии  $\delta_e$  для энергии первичных электронов  $W_p = W_{\text{max}}/2$  и для  $W_p = 2W_{\text{max}}$ , где  $W_{\text{max}}$  — положение максимума функции распределения  $\delta_e(W_p)$ .
- 123.** Сравните коэффициент истинной вторичной эмиссии  $\delta_e$  и коэффициент отражения электронов  $\eta_e$  вольфрама для энергии первичных электронов  $W_p = 10 \text{ эВ}, 100 \text{ эВ}, 1 \text{ кэВ}$ .
- 124.** Рассчитать сродство электрона в ионах фтора  $\text{F}^-$ , эмитируемых с поверхности вольфрама при  $T = 2000 \text{ K}$ , если плотность испаряющихся атомов  $n = 10^8 \text{ атом/(см}^2 \cdot \text{с)}$ , а отношение термоэмиссионного тока электронов к току эмиссии ионов фтора равно 100.
- 125.** Определить величину однородного магнитного поля, которое вместо электрического способно обеспечить вращение электрона по первому боровскому радиусу в атоме водорода. Вектор индукции магнитного поля и скорости электрона взаимно перпендикулярны.
- 126.** Оценить величину магнитного поля, которое способно повлиять на вращение электрона по первому боровскому радиусу в атоме водорода.
- 127\*.** Рассчитать изменение энергии собственного электрона атома водорода при образовании отрицательного иона  $\text{H}^-$ .
- 128.** Изобразите график температурной зависимости плотности тока термоэмиссии. От каких факторов зависит выбор температуры термокатодов из различных материалов?
- 129.** Изобразите вольтамперные характеристики вакуумного диода с термоэлектронным катодом в режимах, когда ток ограничен пространственным зарядом и температурой.

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

Зависимость вероятности ионизации атомов любого газа  $f_i$  от энергии частиц  $W$  задается функцией ионизации, которую можно аппроксимировать:

$$f_i = a(W - eU_i)\exp(-(W - eU_i)/b),$$

где  $a$  и  $b$  — эмпирические константы для конкретного газа ( $U_i$  — потенциал ионизации атомов). Время между столкновениями, приводящими к ионизации, обратно пропорционально частоте ионизации  $\tau_i = 1/\nu_i$ . Число ионизаций пропорционально плотности частиц газа  $n$ , скорости налетающей частицы  $v$  и сечению ионизации  $\sigma_i$ :  $\nu_i = nv\sigma_i$ . Ионизационный пробег  $\lambda_i$  (длина, на которой частица должна ионизовать) равен  $\lambda_i = v\tau_i = v/\nu_i = 1/(n\sigma_i) = 1/S_i$ , где  $S_i = n\sigma_i$  называется *суммарным сечением ионизации*. Зависимость суммарного сечения ионизации от энергии частицы такая же, как и для сечения ионизации:  $S_i = a(W - eU_i)\exp(-b(W - eU_i))$  (формула Моргулиса), где  $a$  и  $b$  — эмпирические константы для конкретного газа. Зависимость суммарного сечения возбуждения (формула Фабриканта):

$$S_r = S_m \frac{W - eU_r}{eU_m - eU_r} \exp\left(1 - \frac{W - eU_r}{eU_m - eU_r}\right),$$

где  $U_r$  — потенциал возбужденного уровня,  $eU_m$  и  $S_m$  — энергия и сечение возбуждения в максимуме функции возбуждения. Число электронов, не испытавших ионизационных столкновений на расстоянии  $x$ , убывает экспоненциально:

$$N(x) = N_0 \exp(-S_i \cdot x),$$

где  $N_0$  — начальное число электронов. Скорость процесса ионизации электронным ударом  $a + e \rightarrow i + 2e$  пропорциональна концентрации нейтральных атомов  $n_a$  и электронов  $n_e$ :  $Q_i = k_i n_a n_e$ . Помимо процесса ионизации в газе происходит обратный процесс рекомбинации электронов:  $i + 2e \rightarrow a + e$ . Скорость реком-

бинации пропорциональна концентрации ионов  $n_i$  и квадрату концентрации электронов:  $Q_r = k_r n_i n_e^2$ .

В замкнутой системе в равновесии скорости прямого и обратного процессов должны быть равны:  $\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{k_i}{k_r} = K$ . Константа  $K$

называется *константой ионизационного равновесия*.

При фотоионизации  $a + \gamma \rightarrow i + e$  скорость прямого процесса пропорциональна концентрации атомов и интенсивности облучения:  $Q_i^v = k_i^v n_a I$ , скорость обратного процесса  $i + e \rightarrow a + \gamma$  пропорциональна концентрации ионов и концентрации электронов:

$$Q_r^v = k_r^v n_i n_e. \text{ В равновесии константа также равна } \frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{k_i^v I}{k_r^v} = K, \text{ таким образом, по обоим каналам ионизации } K = \frac{n_e n_i}{n_a}.$$

Если плазма прозрачна для излучения (плотность плазмы мала) и излучение свободно покидает плазму, то прямой и обратный процессы идут разными каналами: ионизация — электронным ударом, рекомбинация — излучением; тогда в равновесии:

$$K' = \frac{n_i}{n_a} = \frac{k_i}{k_r^v} \text{ — формула Эльверта. Отношение числа ионов к}$$

сумме числа ионов и нейтральных частиц называется *степенью*

$$\text{ионизации } \alpha \text{ (или коэффициентом ионизации) } \alpha = \frac{n_i}{n_i + n_a} = \frac{n_i}{n_0}.$$

Тогда степень ионизации  $\alpha = \frac{K'}{1 + K'}$ . В общем виде

$$\alpha^2 / (1 - \alpha^2) = K \cdot kT / p,$$

где  $p = (n_e + n_i + n_a) kT$  — давление, определяемое числом частиц всех сортов в единице объема.

Для плазмы, находящейся в термодинамическом равновесии, константа равновесия  $K$  оказывается равной:

$$K = \frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{g_i g_e}{g_a} \left( \frac{m' kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp(-eU_i / kT),$$



где  $g_i, g_e, g_a$  — статистические веса ионов, электронов и атомов соответственно;  $U_i$  — потенциал ионизации атома;  $m'_e = \frac{m_e m_i}{m_e + m_i}$  — приведенная масса. Отвечающая этому равновесию степень ионизации  $\alpha$ , определяется соотношением (формула Саха):

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} = \frac{g_i g_e}{g_a} \left( \frac{m'_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \frac{T}{p} \exp(-eU_i / kT).$$

Для описания электрического тока в газах недостаточно рассмотрения процессов ионизации и рекомбинации. Необходимо описание движения заряженных частиц под действием электрических и магнитных полей, причем статистическое, то есть усредненное по многочисленным столкновениям. При наличии электрического поля на хаотическое движение частиц накладывается направленное движение вдоль поля. Для стационарного процесса распространения тока средняя энергия и средняя скорость электронов должны оставаться постоянными, несмотря на присутствие ускоряющего электрического поля. Это возможно, если электрическая сила компенсируется силой трения (электроны при столкновениях отдают часть своей энергии). Таким образом, средняя скорость движения от одного электрода к другому, которую называют скоростью дрейфа  $u_d$ , остается постоянной. Отношение скорости направленного движения (скорости дрейфа) заряженной частицы к напряженности электрического поля называется подвижностью:  $b$  [ $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{см})$ ] =  $u_d/E$ . Скорость дрейфа можно оценить из предположения, что она много меньше тепловой скорости, в результате столкновения частица теряет направленную скорость, т.е. рассеивается в произвольном направлении. За время между столкновениями  $\tau_{\text{ст}}$  электрон пройдет путь  $S = \frac{eE}{2m_e} \tau_{\text{ст}}$ ,  $u_d = S/\tau_{\text{ст}}$ , тогда для электрона:  $b_e = \frac{e\bar{\lambda}_{\text{ст}}}{2mv_T}$ , где  $\bar{\lambda}_{\text{ст}}$  — средняя длина свободного пробега,  $v_T$  — тепловая скорость. Для распределения Максвелла усредненная по скоростям скорость дрейфа

$$\bar{u}_d [\text{см/с}] = \sqrt{\frac{2m_e}{\pi kT}} \frac{eE}{2m_e} \bar{\lambda}_{\text{ст}} = 0.64 \frac{e\bar{\lambda}_{\text{ст}}}{m\bar{v}_T} E = 0.64 \frac{e\bar{\lambda}_1}{m\bar{v}_T} \cdot \frac{E [\text{В/см}]}{p [\text{мм рт. ст.}]}$$

(формула Ланжевена), где  $\bar{\lambda}_1 = p\bar{\lambda}_{\text{ст}}$  — средний пробег при давлении 1 мм рт. ст. Для средней скорости дрейфа ионов формула Ланжевена имеет вид:

$$\bar{u}_d = a_i \frac{e\bar{\lambda}_{i1}}{m_i v_{iT}} \sqrt{1 + \frac{m_i}{m_\mu} \cdot \frac{E}{p}},$$

где  $a_i$  — коэффициент, равный  $0.5 \div 1$ ,  $m_\mu$  — масса молекулы,  $m_i$  — масса иона.

Электроны на своем пути ионизуют атомы, «ионизиющую» способность электронов Таунсенд предложил характеризовать коэффициентом  $\alpha$ , названным впоследствии *первым коэффициентом Таунсенда*, равным числу электронов, создаваемых электроном на единице длины пробега. При таком описании прирост количества электронов пропорционален  $\alpha$  и количеству атомов  $N$ :  $dN(x) = \alpha N dx$ , тогда число электронов на расстоянии  $x$ :  $N(x) = N_0 \exp(\alpha x)$ . Возникающие в промежутке электроны дрейфуют к аноду, ионы — к катоду. Приходящие на катод ионы способны выбивать из катода вторичные электроны. Для описания процесса ионно-электронной эмиссии Таунсендом был предложен второй коэффициент  $\gamma$ , равный числу вторичных электронов на один приходящий на катод ион (*второй коэффициент Таунсенда*) и зависящий от материала катода, чистоты его поверхности и др., обычно  $\gamma = 10^{-4} \div 10^{-2}$ . Если число первичных электронов  $n_0$  и длина промежутка между катодом и анодом  $d$ , то число электронов, приходящих на анод с учетом вторичных электронов равно:

$$n = n_0 \cdot \frac{\exp(\alpha d)}{1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)}.$$

Величина  $\mu = \gamma(\exp(\alpha d) - 1)$  называется коэффициентом ионизационного нарастания. При  $\mu < 1$  ток будет затухать, условие  $\mu = 1$  является условием перехода к самостоятельному разряду

(условие зажигания разряда) и условием стационарности разряда. Коэффициенты Таунсенда  $\alpha$  и  $\gamma$  обладают тем свойством, что отношение  $\alpha/p$  и  $\gamma$  не являются функцией по отдельности от напряженности электрического поля  $E$  и давления газа  $p$ , а зависят от отношения  $E/p$ :  $\alpha/p = f_1(E/p)$  и  $\gamma = f_2(E/p)$ , где  $f_1$  и  $f_2$  — некоторые функции. Тогда условие зажигания разряда, или условие на напряжение зажигания  $U_3$  имеет вид:

$$f_1\left(\frac{U_3}{pd}\right)\left(\exp\left(f_2\left(\frac{U_3}{pd}\right)\right) - 1\right) = 1,$$

из которого видно, что напряжение зажигания  $U_3$  является функцией произведения  $pd$ , и при  $pd = \text{const}$  напряжение зажигания не меняется. Эта закономерность носит название *закона Пашена*.

## ЗАДАЧИ

**130.** Ион водорода  $H^+$ , имеющий энергию 100 эВ, сталкивается с покоящимся атомом аргона. Найти максимальную энергию, которая может быть затрачена на возбуждение и ионизацию атома аргона.

**131.** Электрон с энергией 50 эВ сталкивается с покоящимся атомом аргона. Найти максимальную энергию, которая может быть затрачена на возбуждение и ионизацию атома аргона.

**132.** Потенциал ионизации атома аргона 15,7 эВ. Какую минимальную энергию должен иметь ион водорода, сталкивающийся с покоящимся атомом аргона, чтобы ионизовать его?

**133.** Сечение ионизации атома неона электронами с энергией 150 эВ,  $\sigma_i = 0,78 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ . Найти число электрон-ионных пар, образующихся на 1 см длины электронного пучка с энергией электронов 150 эВ и током в 1 мА в неоне при давлении 1 Торр.

**134.** Найти среднюю ионизационную длину пробега электрона  $\lambda_i$  с энергией 50 эВ в аргоне при давлении  $10^{-2}$  Торр, если сечение ионизации атома электронным ударом при энергии электронов 50 эВ  $\sigma_i = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ .

**135.** В газоразрядной трубке, заполненной гелием при давлении  $10^{-2}$  Торр, расстояние между катодом и анодом 40 см. Какая часть

эмитируемых катодом электронов с энергией 110 эВ произведет хотя бы один акт ионизации, прежде чем достигнет анода? Сечение ионизации при этих условиях  $0,35 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ .

**136.** Для получения пучка быстрых атомов водорода в инжекторе термоядерной установки применена газовая водородная мишень. Сечение перезарядки ионов  $\text{H}^+$  на молекулах  $\text{H}_2$  при энергии ионов 20 кэВ  $\sigma_{\text{п}} = 6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ . Сечение обратного процесса — обдирки атомов водорода на молекулах —  $\sigma_0 = 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$  при той же энергии. Найти толщину газовой мишени, при которой выход атомарного водорода при прохождении через нее пучка ионов водорода будет наибольшим. Давление водорода в газовой мишени  $10^{-3}$  Торр. Сечение рассеяния на молекулах  $\text{H}_2$   $\sigma_{\text{р}} = 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ .

**137.** Найти длину волны излучения  $\lambda_0$ , при которой возможна прямая фотоионизация атомов цезия. Потенциал ионизации цезия 3,89 В.

**138.** Сечения возбуждения линии гелия  $5015 \text{ \AA}$  ( $2^1\text{S}-3^1\text{P}$ ) равно  $7,5 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$  при энергии электронов 200 эВ. Найти мощность светового потока волны этой длины, если свечение гелия при давлении 100 Торр вызывается пучком электронов с энергией 200 эВ. Ток электронов в пучке 100 мА, пробег 20 см.

**139.** Пороговая энергия ионизации атома гелия  $E_i = 24,4$  эВ, максимальное значение сечения ионизации  $0,35 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$  при  $E = 110$  эВ. Пользуясь формулой Моргулиса, найти значение сечения ионизации при энергии электронов  $2E_i$ .

**140.** Найти равновесную степень ионизации атомов аргона ( $U_i = 15,7$  В) в столбе сильноточной дуги при температуре  $T = 5000$  К и давлении 1 атм.

**141.** Первый потенциал ионизации атома ртути 4,9 эВ. Атом ртути движется сквозь электронное облако, образующееся у поверхности катода. При какой энергии атома ртути возможно его возбуждение от столкновения с ним электрона?

**142.** Найти равновесную концентрацию электронов и ионов в водороде, если ионизация происходит за счет столкновения быстрых электронов с молекулами водорода. Энергия быстрых электронов 120 эВ; сечение ионизации при этой энергии  $\sigma_i = 1,14 \times 10^{-16} \text{ см}^2$ ; образуются в основном молекулярные ионы

$\text{H}_2^+$ ; коэффициент объемной рекомбинации электронов и молекулярных ионов водорода  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$ ; плотность тока быстрых электронов  $j = 20 \text{ мА}/\text{см}^2$ ; плотность молекул  $\text{H}_2$   $n_0 = 2 \cdot 10^{12} \text{ част}/\text{см}^3$ .

**143.** Пользуясь формулой Ланжевена, вычислить подвижность электронов в слабоионизованной плазме столба тлеющего разряда в аргоне. Давление аргона 0,5 Торр; температура электронов  $T_e = 0,3 \text{ эВ}$ , эффективное сечение передачи импульса электронами  $2,2 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ .

**144.** По условию задачи 143 найти скорость электрона, если напряженность электрического поля 0,5 В/см.

**145.** Вычислить среднюю долю теряемой электроном энергии при упругом столкновении с атомом аргона.

**146.** Считая столкновения электронов с атомами неона в столбе тлеющего разряда упругими, найти стационарную температуру электронов в столбе. Эффективное сечение передачи импульса при упругом столкновении электрона с атомом неона  $\sigma_d = 1,76 \times 10^{-16} \text{ см}^2$ ; давление неона 0,5 Торр; напряженность электрического поля 1,5 В/см.

**147.** Найти подвижность электронов в столбе тлеющего разряда в аргоне при давлении  $5 \cdot 10^{-2}$  Торр. Напряженность поля 5 В/см, эффективное сечение передачи импульса  $\sigma_d = 2,2 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ . Столкновения электронов с атомами считать упругими.

**148.** Вычислить скорость дрейфа ионов аргона в столбе тлеющего разряда в аргоне при напряженности электрического поля 2 В/см и давлении 1 Торр, если эффективное сечение передачи импульса, обусловленное упругим рассеянием и перезарядкой, равно  $2 \times 10^{-15} \text{ см}^2$ .

**149.** Для данных задачи 143 вычислить коэффициент диффузии электронов, воспользовавшись соотношением Эйнштейна.

**150.** Найти коэффициент амбиполярной диффузии для слабоионизованной плазмы столба газового разряда в аргоне. Давление аргона 0,5 Торр; эффективное сечение передачи импульса электронами  $2,2 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ , напряженность продольного электрического поля 1,5 В/см; эффективное сечение упругих столкновений и перезарядки ионов с атомами равно  $2 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ ; температура

ионов аргона 600 К. Радиальным электрическим полем пренебречь, стенки считать непроводящими.

**151.** Ионизационная камера с плоскими электродами, расстояние между которыми 2 см, заполнена аргоном при давлении 10 Торр. Пространство между электродами пронизывается постоянным световым потоком; энергия фотона достаточна для фотоионизации; плотность потока фотонов  $10^5$  част/(см<sup>2</sup> · с); сечение фотоионизации  $6 \cdot 10^{-17}$  см<sup>2</sup>. Найти плотность тока насыщения на электроды камеры.

**152.** Найти первый коэффициент Таунсенда для аргона при давлении 1 Торр и напряженности электрического поля  $E = 40$  В/см. Полное сечение столкновения электронов с атомами аргона  $\sigma = 6,2 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup> считать постоянным. Потенциал ионизации аргон  $U_i = 15,7$  В.

**153.** Какое напряжение нужно приложить между плоскими электродами, находящимися на расстоянии 1 см в воздухе при давлении 1 атм, чтобы возник пробой. Для воздуха  $A = 15$  (см · Торр)<sup>-1</sup>;  $B = 365$  В/(см · Торр),  $\gamma = 1,5 \cdot 10^{-2}$ .

**154.** При каком расстоянии между плоскими электродами в воздухе (давление 10 Торр) возникнет пробой, если напряжение 400 В? Константы для воздуха взять из задачи 153.

**155.** Найти значение максимума функции ионизации, если положение этого максимума  $U_{\max}$  в 10 раз больше энергии ионизации  $U_i = 15,8$  эВ, а при энергии налетающего электрона  $U_e = 20U_i$  функция ионизации  $f_i = 0,43$ .

**156.** Рассчитать проводимость газа в тлеющем разряде при давлении 1 Торр и комнатной температуре, если сечение передачи импульса  $\sigma = 10^{-16}$  см<sup>2</sup>, а степень ионизации  $\alpha = 0,1$ .

**157.** Определить плотность мощности омического тепловыделения в плазме газового разряда с плотностью тока  $j = 10$  А/см<sup>2</sup> в электрическом поле напряженности  $E = 10$  В/см.

**158.** Вычислить среднюю энергию, приобретаемую электроном в одном эффективном столкновении, если скорость дрейфа электрона в электрическом поле равна  $10^6$  см/с.

**159.** Рассчитать соотношение между скоростью дрейфа и хаотической скоростью электрона в тлеющем разряде в аргоне при давлении 5 Торр при комнатной температуре в электрическом поле 5 В/см, если сечение рассеяния электронов  $\sigma = 10^{-15}$  см<sup>2</sup>.

**160\***. Эрозионный разряд  $1$  возникает в капилляре  $2$  цилиндрической формы (длина  $l = 3$  мм, диаметр  $d = 1$  мм) (рис.32) при испарении диэлектрика  $3$ , в состав которого входит водород. Параметры схемы питания:  $C = 5$  мФ,  $L = 1$  мГн, зарядное напряжение конденсатора  $U = 250$  В. Считая плазму разряда водородной (число частиц в капилляре  $N = 2 \cdot 10^{19}$  и сопротивление плазмы  $R = 20$  Ом считать постоянными), найдите температуру газа в капилляре через четверть периода разрядного тока (затуханием тока пренебречь).

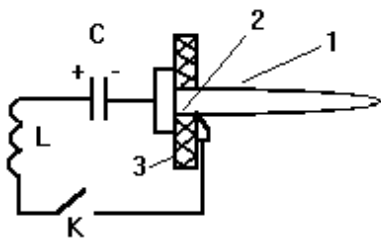


Рис.32

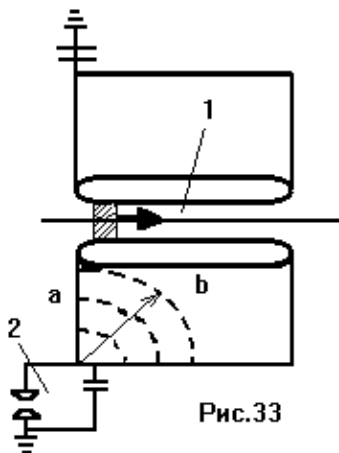


Рис.33

**161\***. Для эрозионного разряда, рассмотренного в задаче 160, найдите давление плазмы в капилляре через четверть периода разрядного тока (затуханием тока пренебречь). Плазма разряда считается водородной с постоянным сопротивлением  $R = 15$  Ом и постоянной температурой  $T = 0,5$  эВ. Зависимость от времени массы  $m$  испаренного вещества стенок капилляра принять следующей:  $dm/dt = aI - bS$ , где  $I$  — ток разряда,  $S$  — площадь отверстия капилляра, коэффициенты равны:  $a = 4 \cdot 10^{-5}$  кг/с·А,  $b = 10^2$  кг/с · м<sup>2</sup>.

**162\***. Определите скорость фронта ионизации объемного низкоиндуктивного разряда в азоте в канале  $1$  азотного лазера (рис.33). Считается, что от разрядника  $2$  к каналу по разрядной линии из двухстороннего фольгированного гитенакса идет цилиндрическая электромагнитная волна (показано пунктиром). Диэлектрическая и магнитная проницаемости гитенакса равны:  $\varepsilon = 7,5$ ,

$\mu = 1,1$ , длина лазерного канала  $b = 0,4$  м, расстояние от разрядника до канала  $a = 0,3$  м.

**163.** Какую долю энергии отдает электрон в среднем при каждом упругом столкновении с покоящимся нейтральным атомом?

**164.** В непосредственной близости от острия высоковольтного отрицательного электрода, на котором образуется коронный разряд, требуется найти коэффициент диффузии электронов. Считается, что электроны имеют максвелловское распределение с температурой  $T = 293$  К, а разряд возникает в водороде при атмосферном давлении.

**165.** Получить формулу для ионизации газа быстрыми нейтральными атомами, считая сечение ионизации не зависящим от скорости.



# ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

## Основные понятия

Плазма — ионизованный газ, обладающий свойством квазинейтральности. Благодаря высокой подвижности свободных заряженных частиц и их коллективному взаимодействию нарушение квазинейтральности возможно только на малых расстояниях и на малые промежутки времени. Характерным размером пространственного разделения зарядов в плазме является радиус Дебая, который для изотермической ( $T_e = T_i = T$ ), нейтральной

( $n = n_e = n_i$ ) плазмы равен:  $r_d [\text{см}] = \sqrt{\frac{kT}{4\pi n e^2}} \approx 7 \sqrt{\frac{T [\text{К}]}{n [\text{см}^{-3}]}}$  и

определяет: во-первых, максимальное расстояние, на которое могут быть разведены электроны и ионы за счет теплового движения; во-вторых, глубину проникновения внешнего электростатического поля  $E = E_0 \exp(-x/r_d)$ , где  $E_0$  — напряженность поля на границе; в-третьих, характерный размер пристеночного (приэлектродного) слоя плазмы, в котором нарушается квазинейтральность; в-четвертых, расстояние, на котором в плазме экранируется кулоновское поле одной частицы (так что потенциал в поле отдельной частицы экспоненциально спадает на рас-

стоянии  $r_d$ ):  $\varphi = \frac{q}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_d}\right)$ . Пространственная квазинейтраль-

ность, а значит, и само понятие плазмы определяется условием:  $r_d \ll L$ , где  $L$  — характерный размер области, занятой плазмой. При нарушении нейтральности возникают колебания пространственного заряда, названные *ленгмюровскими колебаниями*, частоту которых можно определить из уравнения движения электрона в поле возникшего возмущения:  $m_e \ddot{x} = -eE = -4\pi e^2 x$ , эта час-

тота  $\omega_p \left[ \frac{1}{\text{с}} \right] = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_e}} = 5.6 \times 10^4 \sqrt{n [\text{см}^{-3}]}$  получила назва-

ние *плазменной частоты*. Она определяет временной промежуток нарушения квазинейтральности  $\tau_p = 1/\omega_p$ , соответственно, для квазинейтральности характерные времена рассматриваемых про-

цессов должны быть много больше *плазменного времени*:  $\tau_{\text{хар}} \gg \tau_p$ . Если учесть, что средняя кинетическая энергия теплового движения частицы равна  $W_T = 3kT/2$ , то за плазменное время  $\tau_p$ , имея тепловую скорость  $v_T = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}$ , электрон пройдет рас-

стояние  $v_T \tau_p = r_d$ . Таким образом, условие временной квазинейтральности  $\tau_{\text{хар}} \gg \tau_p$  обеспечивается условием пространственной квазинейтральности  $r_d \ll L$ . Следует уточнить, что за время  $\tau_p$  не происходит полного восстановления нейтральности, это лишь период плазменных колебаний, которые в бесстолкновительной плазме могут продолжаться бесконечно.

По аналогии с газом, плазму называют *идеальной*, если потенциальная энергия электростатического взаимодействия частиц много меньше их тепловой (кинетической энергии):  $e^2 n^{1/3} \ll kT$ .

Это условие равносильно условию:  $N_d = \frac{4}{3} \pi n r_d^3 \gg 1$ , где

$$N_d = 5.6 \cdot 10^3 \frac{T^{3/2} [\text{K}]}{n^{1/2} [\text{см}]} \text{ — число частиц в сфере радиуса } r_d \text{ (в де-}$$

баевской сфере) называют *дебаевским числом*. При высокой плотности (*плотная плазма*) или низкой температуре (*холодная плазма*) данное условие идеальности не выполняется, и плазма называется *неидеальной*. При дальнейшем повышении плотности частиц можно ожидать металлизации плазмы (плазма в металлах и полупроводниках), а при длине де-Бройля, сравнимой со средним расстоянием между электронами  $\frac{\hbar}{m_e v_{Te}} \approx \frac{1}{n^{1/3}}$  (сверхплот-

ная плазма), плазма становится квантовой вырожденной плазмой, из которой, как предполагается, состоят звездные объекты, именуемые «белыми карликами».

### ***Магнитное удержание плазмы***

Для удержания и термоизоляции плазмы применяют магнитное поле. В равновесии скорость плазмы равна нулю,  $\vec{v} = 0$ , и действующие на плазму силы магнитного и газокинетического

давлений должны быть уравновешены:  $\frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} = \nabla p$ . Следовательно, векторы плотности тока  $\vec{j}$  и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  лежат на поверхностях, ортогональных к градиенту давления, то есть на поверхностях постоянного давления  $p = \text{const}$ . Статическая сила Ампера  $\frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}$  может быть представлена в виде комбинации градиента давления магнитного поля  $-\nabla_{\perp} \frac{B^2}{8\pi}$  и натяжения силовых линий  $\frac{B^2}{4\pi} (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{b}$ , где  $\vec{b} = \vec{B}/B$  – единичный вектор, касательный к силовой линии магнитного поля.

В простейшем случае, когда силовые линии магнитного поля являются прямолинейными и параллельными друг другу,  $\frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} = -\nabla_{\perp} \frac{B^2}{8\pi}$ , и суммарное давление магнитного поля и

плазмы  $\frac{B^2}{8\pi} + p$  не меняется в направлении поперек к силовым линиям, т.е. постоянно, что демонстрирует идею удержания плазмы магнитным полем. Магнитное поле может быть создано как внешними токами, так и током, протекающим по плазме.

Макроскопическая динамика плазмы описывается уравнениями магнитной гидродинамики (МГД). В систему *одножидкостных* МГД уравнений входят: уравнение непрерывности (для

плотности плазмы  $\rho$ )  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$ , уравнение движения

(для скорости плазмы  $\vec{v}$ )  $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla p = \text{rot} \vec{B} \times \vec{B} / 4\pi$ ,

уравнение *вмороженности* (для магнитного поля  $\vec{B}$ )

$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}[\vec{v} \times \vec{B}]$  и уравнение *адиабаты* с показателем адиабаты  $\gamma$

(для давления  $p$ )  $\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) p + \gamma p \text{div} \vec{v} = 0$ . Последние 2 урав-

нения относятся к *идеальной* одножидкостной МГД, т.к. в них не учитываются диссипативные эффекты. В такой системе справедлив закон сохранения энергии в форме  $\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div} \vec{\Gamma} = 0$ , где плотность энергии  $U$  складывается из плотностей кинетической энергии течения  $\rho v^2 / 2$ , энергии магнитного поля  $B^2 / 8\pi$  и внутренней энергии плазмы  $p / (\gamma - 1)$ , а плотность потока энергии  $\vec{\Gamma}$  – из сноса плотности кинетической и внутренней энергий, вектора Пойнтинга и мощности сил давления,  $\vec{\Gamma} = \vec{v}(\rho v^2 / 2 + B^2 / 4\pi + \gamma p / (\gamma - 1)) - \vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{B})$ .

### *Диффузия частиц в замагниченной плазме*

Если ларморовский радиус заряженных частиц много меньше характерных размеров плазмы  $r_L \ll L_{\text{хар}}$ , то такая плазма называется *замагниченной*. В общем случае в неоднородном или переменном магнитном поле ларморовский радиус может быть переменным. Кроме того, геометрия магнитного поля, как и движение частицы в нем, может быть очень сложной. Для простоты можно рассматривать движение не собственно частицы, а её мгновенного центра вращения. Для справедливости такого рассмотрения (*дрейфового приближения*) необходимо, чтобы изменение ларморовского радиуса на одном обороте было существенно меньше самого радиуса. Это условие, очевидно, будет выполнено, если характерное время изменения полей будет значительно больше времени ларморовского оборота, и если характерный пространственный масштаб изменения полей будет значительно превышать ларморовский радиус:

$$\left| \frac{\partial H / \partial t}{\omega_L H} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\partial E / \partial t}{\omega_L E} \right| \ll 1,$$

$$\left| r_L \frac{\nabla H}{H} \right| \ll 1, \quad \left| r_L \frac{\nabla E}{E} \right| \ll 1.$$

Если на частицу, помимо силы Лоренца, действует постоянная сила  $\vec{F}$ , то скорость дрейфа равна:

$$\vec{v}_{\text{др}} = \frac{c}{e} \frac{\vec{F} \times \vec{H}}{H^2}.$$

Природа силы  $\vec{F}$  может быть любой. В неодно-

родном магнитном поле с градиентом  $\nabla H$  сила равна  $\vec{F} = -\mu\nabla H$ , где  $\mu$  — магнитный момент частицы, тогда скорость *градиентного дрейфа*  $\vec{v}_{\text{гр}}$  [см/с] =  $\frac{v_{\perp}^2}{2\omega_{\text{л}}} \frac{[\vec{H}\nabla H]}{H^2} = 10^8 \frac{W_{\perp} [\text{эВ}]\nabla H [\text{э/см}]}{H^2 [\text{э}]}$   $\vec{b}$ , где

$W_{\perp}$  — поперечная к полю кинетическая энергия частицы,  $\vec{b}$  — единичный вектор бинормали (числовой коэффициент приведен для электронов). Таким образом, градиентный дрейф перпендикулярен направлению магнитного поля и его градиента, причем, очевидно, имеет противоположный знак для разноименно заряженных частиц. В неоднородном поле с радиусом кривизны  $R_{\text{кр}}$  отношение  $\frac{[\nabla H\vec{H}]}{H^2} = \frac{\vec{b}}{R_{\text{кр}}}$ , тогда  $\vec{v}_{\text{др}} = \frac{v_{\perp}^2 \vec{b}}{\omega_{\text{л}} R_{\text{кр}}}$ . Кроме этого в

криволинейном магнитном поле при движении частицы, навивающейся на силовую линию, на нее действует центробежная

сила инерции  $\vec{F}_{\text{цб}} = -\frac{mv_{\parallel}^2}{R_{\text{кр}}} \vec{n}$ , где  $\vec{n}$  — нормаль к магнитному

полю. Возникает дрейфовая скорость, равная по величине  $\vec{v}_{\text{цб}} = \frac{c}{e} \frac{mv_{\parallel}^2}{R_{\text{кр}} H} = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_{\text{л}}} \frac{1}{R_{\text{кр}}} = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_{\text{л}}} \frac{|\nabla H|}{H}$  и направленная также по бинор-

мали (центробежный дрейф). Суммарная скорость дрейфа в неоднородном магнитном поле представляет собой сумму скоростей центробежного и градиентного дрейфов (так называемый дрейф по бинормали):

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{др}} [\text{см/с}] &= \frac{2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{2\omega_{\text{л}}} \frac{[\vec{H}\nabla H]}{H^2} = \frac{1}{2\omega_{\text{л}} R_{\text{кр}}} \left( v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2 \right) \vec{b} = \\ &= 10^8 \frac{2W_{\parallel} [\text{эВ}] + W_{\perp} [\text{эВ}]}{H [\text{э}] R_{\text{кр}} [\text{см}]} \vec{b}. \end{aligned}$$

В результате в неоднородном магнитном поле электроны и ионы дрейфуют в разные стороны, следовательно, в плазме возникает ток с плотностью:  $j = \sum_{e,i} ne\vec{v}_{др}$ , где предполагается суммирование по сортам заряженных частиц. Этот ток называют *дрейфовым*.

Если магнитное поле меняется медленно (условия дрейфового приближения), то магнитный момент движущейся заряженной частицы остается постоянным:  $\frac{mv_{\perp}^2}{2H} = \mu = \text{const}$ , то есть, является

*адиабатическим инвариантом*. Из этого следует, что  $\frac{mv_{\perp}^2}{2H} =$

$$= \frac{m^2 v_{\perp}^2 c^2}{e^2 H^2} \frac{e^2}{2mc^2} H = \text{const} \cdot r_L^2 H = \text{const} \cdot \Phi = \text{const}, \text{ т.е. магнит-}$$

ный поток, пронизывающий ларморовский кружок, адиабатически постоянен. Если заряженная частица движется со скоростью  $\vec{v}$ , направленной под углом  $\alpha$  к силовой линии магнитного поля, то, учитывая, что  $v_{\perp} = v \sin \alpha$ , можно получить:  $\sin^2 \alpha = \frac{2\mu}{mv^2} H$ .

Следовательно, поскольку модуль полной скорости  $v$  и инвариант  $\mu$  сохраняют постоянные значения, при движении в область с увеличивающимся магнитным полем величина  $\sin \alpha$  будет увеличиваться. Когда величина  $\sin \alpha$  достигнет предельного значения, равного единице, то будет  $v_{\perp} = v$ , т.е. продольная скорость частицы обратится в ноль,  $v_{\parallel} = 0$ , и частица перестанет смещаться вдоль силовой линии - она отразится и станет двигаться назад в направлении к центру системы, затем, пройдя центр системы с минимальным магнитным полем, достигнет противоположного конца, где поле вновь увеличивается, вновь отразится теперь здесь, и т.д. Другими словами, окажется «запертой» между *магнитными пробками* (например, в пробкотроне). В поле данной системы могут удерживаться не все частицы, а только те, скорость которых в точке рождения имеет достаточно большой угол наклона к силовой линии, с тем, чтобы в сечении с наибольшим значением  $H$  (или раньше) частица отразилась. Отношение мак-

симального поля  $H_{\max}$  к минимальному  $H_0$ :  $R_{\text{пр}} = H_{\max} / H_0 > 1$ , называют *пробочным отношением*, и для удержания частиц, родившихся в центре необходимо, чтобы было выполнено неравенство:  $\sin \alpha \geq 1 / \sqrt{R_{\text{пр}}}$ . Для всех остальных частиц величина  $\sin \alpha$  должна быть еще больше, чтобы они оставались в ловушке. А те частицы, для которых выполнено обратное неравенство  $\sin \alpha < 1 / \sqrt{R_{\text{пр}}}$ , уйдут из ловушки вдоль силовых линий магнитного поля. Конус направлений, в пределах которого частицы покидают ловушку, носит название *конуса потерь*. Такие магнитные пробки существуют и в токамаке, магнитное поле которого из-за суперпозиции продольного поля и поля тока является винтовым. Силовые линии магнитного поля токамака при нецелых значениях параметра  $q = \frac{h}{2\pi R} = \frac{H_{\phi}}{H_{\theta}} \frac{a}{R}$ , называемого «*коэффициентом запаса устойчивости*», не замыкаются и образуют магнитные поверхности, здесь  $h = 2\pi a \frac{H_{\phi}}{H_{\theta}}$  — шаг винтовой силовой линии,  $H_{\phi}$  — тороидальное магнитное поле,  $H_{\theta}$  — магнитное поле от тороидального токового витка радиуса  $R$  (большой радиус тора),  $a$  — малый радиус тора. Двигаясь вдоль магнитного поля тора, часть электронов будет «заперта» в магнитной ловушке с пробочным отношением  $R_{\text{пр}} = H_{\max} / H_{\min} \approx (R + a) / (R - a)$ , где  $H_{\max}$  и  $H_{\min}$  — напряженность магнитного поля у внутренней и у внешней к главной оси тора стенках камеры. Электроны, преодолевающие магнитные барьеры в торе, называются «*пролетными*».

### ***Термализация плазмы***

Процессы термализации приводят к установлению максвелловской функции распределения частиц по энергиям, когда можно говорить о температуре. Равновесие устанавливается вследствие кулоновских соударений заряженных частиц. Для характеристики столкновений вводят *длину свободного пробега*  $\lambda$ , определив ее как расстояние, на котором скорость в первоначальном

направлении обращается в нуль, и сечение рассеяния  $\sigma_c$ :  $\lambda = 1/(n\sigma_c)$ , где  $n$  — плотность плазмы;  $\sigma_c = 4\pi\rho_{\perp}^2 L_c$ , где  $\rho_{\perp} = (Z_1 Z_2 e^2)/(\mu v^2)$  — *прицельный параметр*, зависящий от приведенной массы частиц  $\mu$ , при котором частица отклоняется на угол  $\pi/2$ ;  $L_c = \ln(r_d/\rho_{\perp})$  — *кулоновский логарифм*, принимающий значение от 10 до 20 и учитывающий, что частица экранируется окружающей плазмой и ее поле быстро уменьшается с расстоянием. Характерное расстояние экранирования — *дебаевский радиус*  $r_d$ .

При кулоновском столкновении заряженной частицы сорта « $\alpha$ » с заряженной частицей сорта « $\beta$ » характерное время между столкновениями (время торможения) оказывается равным:

$$\tau_{\alpha\beta} = 3/4(2\pi)^{-1/2} \left[ T_{\alpha}^{3/2} / (e_{\alpha}^2 e_{\beta}^2 L_c n_{\beta}) \right] m_{\alpha} \mu_{\alpha\beta}^{-1/2};$$

$$\mu_{\alpha\beta} = m_{\beta} m_{\alpha} / (m_{\beta} + m_{\alpha}),$$

где  $e_{\alpha}$ ,  $e_{\beta}$  — заряды этих частиц;  $m_{\alpha}$ ,  $m_{\beta}$  — массы, а  $\mu_{\alpha\beta}$  — приведенная масса. Для плазмы из электронов и однозарядных ионов характерные времена электрон-ионных, электрон-электронных и ион-ионных столкновений:

$$\tau_{ei} = 3/4(2\pi)^{-1/2} \left[ T_e^{3/2} / (e^4 L_c n) \right] m_e^{1/2}, \quad \tau_{ee} = 2^{1/2} \tau_{ei},$$

$\tau_{ii} = (2m_i/m_e)^{1/2} (T_i/T_e)^{3/2} \tau_{ei}$ . Самое короткое из релаксационных времен  $\tau_{ei}$  — это время, за которое электроны теряют направленную скорость в столкновениях с ионами. Время максвеллизации электронной подсистемы, то есть установления электронной температуры  $T_e$ , несколько больше  $\tau_{ee}$ , примерно в  $\sqrt{2}$  раз. Следующий по длительности процесс — максвеллизация ионной подсистемы плазмы. Длительность этого процесса, в течение которого устанавливается ионная температура  $T_i$ , примерно в  $\sqrt{m_i/m_e}$  ( $\sim 50$  для водородной плазмы) раз больше. В общем случае эти температуры могут оказаться различными. Для определения характерного времени электрон-ионной или ион-электронной релаксации по температуре, то есть установления единой температуры всех



компонент плазмы, следует учесть, что из-за сильного различия масс при столкновении электрона и иона передается весьма малая доля энергии, порядка отношения масс,  $m_e/m_i$ . Поэтому этот процесс еще более длительный. В общем случае длительность этого процесса составляет:

$$\tau_\varepsilon = \frac{3(m_e T_i + m_i T_e)^{3/2}}{8\sqrt{2\pi m_e m_i} n(e_i e_e)^2 L_c}.$$

Для водородной термоядерной (горячей) плазмы типичное значение  $L_c = 15$ , характерные столкновительные параметры можно оценить по формулам:

$$\lambda_{e,i} [\text{см}] = 4.5 \cdot 10^5 \frac{T_e^2 [\text{К}]}{n [\text{см}^{-3}] L_c} \approx 3 \cdot 10^4 \frac{T_e^2 [\text{К}]}{n [\text{см}^{-3}]},$$

$$\sigma_{e,i} [\text{см}^2] = 2 \cdot 10^{-6} \frac{L_c}{T_e^2 [\text{К}]} \approx 3 \cdot 10^{-5} T_e^{-2} [\text{К}],$$

$$\tau_{e,i} [\text{с}] = 0.67 \frac{T_e^{3/2} [\text{К}]}{n [\text{см}^{-3}] L_c} \approx 4.5 \cdot 10^{-2} \frac{T_e^{3/2} [\text{К}]}{n [\text{см}^{-3}]},$$

$$v_{e,i} [1/\text{см}] = 1.5 \frac{n [\text{см}^{-3}] L_c}{T_e^{3/2} [\text{К}]} \approx 22 \frac{n [\text{см}^{-3}]}{T_e^{3/2} [\text{К}]}.$$

### Процессы переноса

Процессы переноса в плазме подобны таковым в газе. Но есть существенные отличия. Процесс переноса частиц под действием градиента плотности называется *диффузией*, причем поток равен  $\vec{j} = -D\nabla n$  (закон Фика), где  $D = \frac{1}{3} \lambda v_T$  — коэффициент диффузии. Если подставить значения длины свободного пробега в плазме  $\lambda$ , и тепловой скорости  $v_T = \sqrt{3 \frac{T}{m}}$ , то коэффициент

диффузии в полностью ионизованной плазме определяется выражением  $D = \frac{3\sqrt{3}T^{5/2}}{4\pi e^4 L_c n \sqrt{m}}$ . Коэффициенты диффузии элект-

тронов и ионов, как видно, значительно различаются (в корень из отношения масс) и очень сильно зависят от температуры (в обычном газе  $D \sim \sqrt{T}$ ). Так как коэффициенты диффузии электронов  $D_e$  и ионов  $D_i$  сильно различаются, то электроны, имеющие больший коэффициент диффузии, должны бы быстрее уходить из мест, где плотность плазмы больше. Уход электронов приведет к появлению в плазме электрического поля, тормозящего их уход и ускоряющего уход ионов. В результате диффузия плазмы в целом (масса плазмы фактически обусловлена ионами) будет происходить быстрее ионной диффузии, возникает так называемая *амбиполярная диффузия*, ее коэффициент зависит от подвижностей электронов  $b_e$  и ионов  $b_i$  в электрическом поле:

$$D_a = \frac{D_i b_e + D_e b_i}{b_i + b_e}.$$

Связь между подвижностями и коэффициентами диффузии задается соотношениями Эйнштейна:  $b_e = eD_e / T_e$ ,  $b_i = eD_i / T_i$ .

Вместе с массой поток частиц переносит энергию. Перенос энергии за счет диффузии частиц называется *теплопроводностью*. Коэффициент теплопроводности в полностью ионизованной плазме:

$$\kappa = nD \sim T^{5/2} / L_c \sqrt{m}.$$

Из-за существенного различия масс коэффициент электронной теплопроводности значительно превышает (примерно в корень из отношения масс) коэффициент ионной теплопроводности, так что теплопроводность полностью ионизованной плазмы определяется главным образом электронами:

$$\kappa_e \cong 3.16 n_e T_e \tau_{ei} / m_e, \quad \kappa_i \cong 3.9 n_i T_i \tau_{ii} / m_i.$$

Помимо энергии потоки частиц переносят импульс, то есть обуславливают вязкое трение, или *вязкость*. Коэффициент вязкости:

$\eta = mnD \sim \sqrt{m}T^{5/2} / L_c$ . Так как  $m_i \gg m_e$ , коэффициент ионной вязкости значительно превышает коэффициент электронной вязкости:

$$\eta_e \cong 0.73n_e T_e \tau_{ei}, \quad \eta_i \cong 0.96n_i T_i \tau_{ii}.$$

Перенос заряда в плазме при наложении внешнего электрического поля характеризуется плотностью тока  $j$ , зависящего от *проводимости* плазмы  $\sigma = j/E$ . Для полностью ионизованной плазмы по формуле Спитцера:

$$\sigma = ne^2 \tau_{ei} / m_e = (3\sqrt{3}T^{3/2}) / (4\pi e^2 L_c \sqrt{m_e}).$$

Для водородной плазмы:

$$\sigma \text{ [c}^{-1}\text{]} = 1.975\sigma_1 T_e^{3/2} \text{ [эВ]}, \quad \sigma_1 \text{ [c}^{-1} \cdot \text{эВ}^{-3/2}\text{]} \cong \frac{0.9 \cdot 10^{13}}{(L_c / 10)}.$$

Электроны набирают энергию от электрического поля  $E$ , и затем в процессе теплообмена передают эту энергию ионам. Такой нагрев, называемый *омическим нагревом*, применяется для нагрева плазмы (плотность тепловыделения равна  $j^2 / \sigma$ ). Если электрон между соударениями успевает набрать во внешнем поле больший импульс, чем импульс, отвечающий его тепловому движению ( $|e|E\tau_{ст} \gg m_e v_{Te}$ ), то передача энергии ионам при столкновениях не может ограничить набор электронами энергии во внешнем поле, так что часть электронов может перейти в режим непрерывного ускорения. Такие электроны получили название «просвистных» или «убегающих» электронов. Можно определить электрическое поле  $E_{кр}$ , выше которого электроны начнут «уходить в просвист», т.е. будут непрерывно ускоряться:

$$E > E_{кр} \approx 0.214L_c e^2 / r_d^2.$$

Наложение на плазму магнитного поля резко меняет характер движения заряженных частиц. Плазма становится анизотропной. Вдоль поля коэффициент диффузии не меняется:  $D_{||} = D_0 = \lambda_{ст} v / 3$ .

Характерной величиной смещения частиц поперек поля при столкновениях становится ларморовский радиус электрона, а не длина свободного пробега:

$$D_{\perp} \left[ \frac{\text{см}^2}{\text{с}} \right] \cong \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{D_0}{(\omega_{\perp} \tau_{ei})^2} \approx 10^{-2} \frac{T_e + T_i}{T_e} \times \frac{n \left[ \text{см}^{-3} \right]}{H^2 \left[ \text{Э} \right]}, \quad \text{где}$$

величина  $\omega_{\perp} \tau_{ei}$  характеризует замагниченность частиц (*параметр замагниченности*). Однако существуют турбулентные потоки плазмы поперек магнитного поля, приводящие к резкому увеличению коэффициента диффузии, который может быть выражен

эмпирической формулой *Бома*:  $D_B = \frac{1}{16} \frac{c}{e} \frac{T}{H}$  (коэффициент *турбулентной* или *бомовской* диффузии).

Сравнение  $D_B/D_{\perp} \sim \omega_{\perp} \tau_{ei} \sim HT^{3/2}/n$ , показывает, что в замагниченной плазме ( $\omega_{\perp} \tau_{ei} \gg 1$ ) турбулентная диффузия может быть намного больше классической. В случае винтового магнитного поля тора возможность турбулентных потоков резко снижается, однако диффузия поперек поля не возвращается к классическому значению  $D_{\perp}$ . В этом случае существенную роль играют дрейфы. Дрейфовые поверхности отличаются от магнитных поверхностей. В результате при столкновении частица смещается поперек поля на расстояние, превышающее ларморовский радиус в  $q$  раз, где  $q = h/2\pi R$  — коэффициент запаса устойчивости системы, равный отношению шага силовой линии  $h$  к длине системы вдоль оси  $2\pi R$ . Увеличение в  $q$  раз характерного размера приводит к увеличению в  $q^2$  раз коэффициента диффузии, или точнее:  $D_{\text{ПШ}} = (1 + q^2) D_{\perp}$  (*неклассический* коэффициент диффузии или коэффициент диффузии *Пфирша — Шлютера*). Если частицы заперты в торе между магнитными пробками, то проекция траекторий запертых частиц на поперечное сечение тора по форме напоминает банан. Для таких «банановых» траекторий поперечное смещение частиц больше чем для «пролетных» в  $\sqrt{A}$  раз, где  $A = R/a = \varepsilon^{-1}$  — отношение большого и малого радиусов тора, называемое *аспектным отношением* ( $\varepsilon$  - тороидальность). Доля запертых частиц пропорциональна  $\sqrt{\varepsilon}$ , а коэффициент диффузии для бананового режима  $D_{\text{бан}} = D_{\text{ПШ}}/\varepsilon^{3/2}$ .

## Колебания и волны в плазме

Колебания и волны проявляются в периодическом изменении плотности заряда, напряженности электрического и магнитного полей. Для описания волнового процесса, как правило, требуется найти закон дисперсии, то есть зависимость частоты колебаний от волнового числа  $\omega(k)$ , а для анизотропной среды от вектора  $\vec{k}$ :  $\omega(\vec{k})$ . Зная закон дисперсии, можно определить фазовую скорость волны  $\vec{v}_\phi = \frac{\omega(\vec{k})}{k} \cdot \frac{\vec{k}}{k}$  и её групповую скорость  $\vec{v}_{\text{гр}} = \frac{\partial \omega(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$ .

Отклик плазмы на возмущение может описываться с помощью тензора диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}$ , связанный с тензором проводимости  $\hat{\sigma}$  соотношением:

$$\hat{\epsilon}(\omega, \vec{k}) = \hat{\delta} + \frac{4\pi i}{\omega} \hat{\sigma}(\omega, \vec{k}),$$

где  $i = \sqrt{-1}$  — мнимая единица, а первое слагаемое — единичная диагональная матрица. Введя две компоненты — продольную  $\epsilon_{\parallel}$  и поперечную  $\epsilon_{\perp}$  по отношению к направлению распространения волны, дисперсионное уравнение для продольных волн (движение частиц вдоль направления распространения волны):  $\epsilon_{\parallel} = 0$ ; для поперечных (движение частиц поперек направления распространения волны):  $\epsilon_{\perp} = N^2$ , где  $N = kc/\omega$  — показатель преломления волны. Для определения диэлектрической проницаемости обычно решают уравнение движения для расчета плотности тока  $\vec{j} = |e|(Z^2 n_{0i} \vec{v}_i - n_{0e} \vec{v}_e)$ , затем, учитывая связь плотности тока с электрическим полем через проводимость:  $\vec{j} = \hat{\sigma}(\omega, \vec{k}) \vec{E}$ , определяют тензор проводимости и, следовательно,  $\hat{\epsilon}$ . Для холодной изотропной плазмы:  $\epsilon = \epsilon_{\parallel} = \epsilon_{\perp} = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ . Для продольных колебаний из соотношения  $\epsilon_{\parallel} = 0$  получаем:  $\omega = \omega_p$  — частота волны совпадает с плазменной частотой, т.е. это ленгмюровские колебания. Для поперечной электромагнитной волны дисперсионное уравнение имеет вид:  $\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$ . Поперечные волны,

частота которых меньше плазменной частоты, не могут в ней распространяться, то есть отражаются. Электромагнитное поле низкочастотной волны частично все же проникает в плазму, но его амплитуда экспоненциально уменьшается в глубь плазмы. Глубина проникновения в плазму поля поперечной волны с низкой частотой ( $\omega < \omega_p$ ) определяется толщиной *вакуумного скин-слоя*, которая обратно пропорциональна плазменной частоте:

$$\delta_{\text{скин}} = \frac{c}{\omega_p}.$$

С учетом теплового движения частиц, закон дисперсии продольных волн в плазме с конечной температурой:

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - k^2 c_{se}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - k^2 c_{si}^2} = 0,$$

где  $c_{se,i} = \sqrt{\gamma_{e,i} \frac{T_{e,i}}{m_{e,i}}}$  — выражения для звуковых скоростей электронов и ионов в плазме. В высокочастотной области ионы плазмы можно считать неподвижными, а потому их вклад в диэлектрическую проницаемость будет пренебрежимо малым. Тогда соотношение  $\omega = \sqrt{\omega_{pe}^2 + k^2 c_{se}^2}$  определяет закон дисперсии ленгмюровской волны в плазме с конечной температурой. Этот закон дисперсии можно записать в виде:  $\omega = \omega_{pe} \sqrt{1 + \gamma_e k^2 r_d^2}$ .

Второе слагаемое под корнем будет больше или порядка единицы, когда длина волны будет меньше дебаевского радиуса. В этом случае ленгмюровская волна сильно поглощается за счет механизма *бесстолкновительного поглощения Ландау*, так как оказывается резонансной по отношению к электронам плазмы,  $v_{\phi} \sim v_{Te}$ . По этой причине ленгмюровские волны могут существовать в плазме без существенного поглощения лишь когда их длина волны больше дебаевского радиуса.

В магнитном поле существенным является появление ларморовских колебаний ионов и электронов с частотами  $\omega_{li}$  и  $\omega_{le}$ . Если частота возмущений  $\omega \gg \omega_{li}, \omega_{le}$ , то магнитное поле не

будет оказывать влияния на распространение волн. В плазме в магнитном поле возможно распространение волн вдоль магнитного поля и перпендикулярно магнитному полю с фазовой скоростью  $v_\phi = H / \sqrt{4\pi\rho}$ , где  $\rho = n(m_i + m_e)$  — плотность плазмы. Поперечные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля, получили название *альфвеновских* волн, они подобны колебанию струны и обусловлены инерцией частиц плазмы и упругостью силовых линий магнитного поля. Скорость  $v_A = v_\phi = H / \sqrt{4\pi\rho}$  получила название *альфвеновской* скорости. Продольные волны, распространяющиеся перпендикулярно магнитному полю (электрическое поле волны перпендикулярно внешнему магнитному), аналогичны звуковым, только роль газового давления выполняет магнитное давление (магнитозвуковые волны). Плазма колеблется вместе с магнитным полем в направлении распространения колебаний, причем энергия переходит то в магнитное поле  $H^2/8\pi$ , то в кинетическую энергию единицы объема плазмы  $\rho v_{\text{гp}}^2 / 2$ , движущейся с групповой скоростью  $v_{\text{гp}}$ . Так как фазовая скорость не зависит от волнового вектора, то нет дисперсии и групповая скорость  $v_{\text{гp}} = v_\phi$ . Вдоль магнитного поля со скоростью  $\sim c_{si}$  могут распространяться и волны сжатия-разрежения, называемые *ионно-звуковыми* волнами. При низком давлении плазмы ( $\beta = 8\pi\rho / B^2 \ll 1$ ) магнитное поле такими волнами практически не возмущается, и при частотах, существенно меньших, чем ионная ларморовская частота дисперсия отсутствует. Если величина  $\beta$  не мала, разделения на ионный и магнитный звук провести нельзя: оба типа колебаний зацепляются, и волна с большей фазовой скоростью называется быстрой магнитозвуковой (БМЗ), а с меньшей — медленной магнитозвуковой (ММЗ). В однородном магнитном поле, направленном вдоль оси  $z$ , дисперсионное уравнение таких МГД волн имеет вид  $\omega^4 - (c_{si}^2 + c_A^2)k^2\omega^2 + c_{si}^2c_A^2k^2k_z^2 = 0$ . При приближении к частотам, равным  $\omega_{li}$  и  $\omega_{le}$ , возникает *аномальная дисперсия* — поглощение волн на этих частотах (энергия волны переходит в ларморовские колебания — явление *циклотронного резонанса*). И для продольных, и для поперечных волн в МГД принципиально важ-

ным является свойство «вмороженности» силовых линий магнитного поля в плазму, которое заключается в том, что магнитный поток через произвольный контур, выделенный в плазме с идеальной проводимостью, остается постоянным. Поэтому перемещение элементов объема плазмы возможно только вместе с «вмороженным» в них магнитным полем, которое соответствующим образом деформируется. И наоборот, движение магнитного поля вызывает движение массы плазмы.

## ЗАДАЧИ

**166.** При какой концентрации частиц в квазинейтральной плазме электромагнитная волна с частотой 100 ГГц не проникнет в плазму? Как надо изменить частоту волны при такой концентрации, чтобы волна прошла в плазму: увеличить или уменьшить?

**167.** Найти частоту электромагнитной волны, способной проникнуть в холодную плазму с концентрацией электронов  $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Проникнет ли эта волна в плазму, если  $n_e$  возрастёт в 2 раза? Уменьшится в 2 раза?

**168.** Электрический зонд, внесенный в плазму, возмущил вокруг себя электрическое поле на расстоянии  $\approx 7,4 \cdot 10^{-2}$  мм. Определить температуру плазмы, если плазменная частота  $\omega_{pe} \approx 5,6 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

**169.** Характерный размер возмущения электрического поля вокруг внесённого в плазму ленгмюровского зонда равен 15 мкм. Найти концентрацию электронов плазмы, если их температура  $T_e = 5 \text{ кэВ}$ .

**170.** Определить сорт ионов двукратно ионизованной плазмы, если электронная и ионная плазменные частоты различаются в 60,6 раза.

**171.** Определить сорт ионов однократно ионизованной плазмы, если электронная и ионная плазменные частоты различаются в 60,6 раза.

**172.** За период плазменных колебаний электроны пробегают в среднем 0,21 мм. Плазменная частота равна  $1,8 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ . Найти среднюю тепловую скорость электронов и температуру плазмы.



- 173.** Средняя тепловая скорость электронов в плазме равна  $4,2 \cdot 10^9$  см/с. Какое расстояние электроны пробегают в среднем за период плазменных колебаний, если концентрация электронов плазмы  $n = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>? Чему равна температура плазмы?
- 174.** Оценить скорость циклотронного вращения заряженной частицы в магнитном поле Земли (вблизи экватора), при которой скорость ее градиентного дрейфа совпадает со скоростью гравитационного дрейфа в поле тяжести.
- 175.** Рассчитать скорость гравитационного дрейфа и период обращения электрона вокруг Земли вдоль экватора на высоте, равной радиусу Земли. Магнитное поле Земли считать дипольным с величиной индукции у поверхности Земли 0,35 Гс.
- 176.** Чему равны скорость гравитационного дрейфа и период обращения  $\alpha$ -частицы вокруг земного экватора, если магнитное поле Земли 0,35 Гс?
- 177.** На высоте  $h = R_3 = 6,4 \cdot 10^3$  км в экваториальной плоскости Земли перпендикулярно силовым линиям ее магнитного поля со спутника пучком электронов энергией 0,5 МэВ выстрелила электронная пушка. Сколько времени потребуется электронам пучка для того, чтобы облететь Землю? Поле Земли считать дипольным, индукция поля около поверхности Земли  $B = 0,35$  Гс.
- 178.** В экваториальной плоскости Земли перпендикулярно силовым линиям ее магнитного поля в направлении с Запада на Восток со спутника пучком электронов энергией 1 МэВ выстрелила электронная пушка. На каком расстоянии от первого спутника находился геостационарный спутник-мишень, если он был поражен через 10 секунд? Поле Земли считать дипольным, индукция поля около поверхности Земли  $B = 0,35$  Гс.
- 179.** Какова должна быть масса частицы, дрейфующей под действием силы тяжести в магнитном поле Земли с первой космической скоростью? Заряд частицы равен заряду электрона, магнитное поле Земли принять 0,35 Гс. Оценить реальность получившегося значения.
- 180.** Какова должна быть плотность планеты по отношению к плотности Земли, если протон под действием силы тяжести дрейфует в ее магнитном поле с первой космической скоростью? Магнитное поле планеты принять 1 Гс. Сравнить радиус планеты

с радиусом Земли, если масса планеты равна массе Земли. Оценить реальность получившихся значений.

**181.** В плазме с концентрацией электронов  $n = 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  дебаевская длина в  $10^7$  раз больше электронной длины волны де-Бройля. Найти температуру электронов.

**182.** В плазме с температурой  $T = 7,4 \text{ кэВ}$  дебаевская длина в  $10^7$  раз больше электронной длины волны де-Бройля. Найти концентрацию электронов.

**183.** Найти величину магнитного поля, в котором за счёт электронного циклотронного резонанса плазма эффективно поглощает электромагнитное излучение с периодом  $3,57 \text{ нс}$ .

**184.** Найти величину магнитного поля, в котором период циклотронного вращения  $\alpha$ -частицы равен  $1,3 \text{ мс}$ .

**185.** Рассчитать значение параметра идеальности для плазмы солнечной короны с  $n = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 100 \text{ эВ}$ . Сделать вывод об идеальности или неидеальности такой плазмы.

**186.** Можно ли считать идеальной плазму E-слоя ионосферы Земли, хорошо отражающего радиоволны с частотой ниже  $10 \text{ МГц}$ ? Температура электронов E-слоя близка к потенциалу ионизации составляющего слой ионизированного молекулярного кислорода ( $11,7 \text{ эВ}$ ).

**187.** Кинетическая энергия электрона равна  $4,1 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$ . Определить электрическое поле, поперечное к магнитному величиной  $1 \text{ кГс}$ , в котором электрон движется по циклоиде.

**188.** Найти средние (за период) скорость и кинетическую энергию  $\alpha$ -частицы, движущейся по циклоиде в однородных ортогональных полях  $E = 1 \text{ ед. СГСЭ}$ ,  $B = 1 \text{ кГс}$ .

**189.** Рассчитать радиус кривизны силовых линий безвихревого магнитного поля, в котором электроны дрейфуют с характерной скоростью, равной  $1/10$  средней тепловой. Температура электронов равна  $10 \text{ кэВ}$ ,  $B = 100 \text{ Гс}$ .

**190.** Рассчитать величину безвихревого магнитного поля с кривизной силовых линий  $0,2 \text{ см}^{-1}$ , в котором электроны дрейфуют с характерной скоростью, равной  $1/4$  от средней тепловой. Температура электронов равна  $100 \text{ эВ}$ .

**191.** При каком магнитном поле ионная циклотронная частота в полностью ионизированной гелиевой плазме с концентрацией ионов гелия  $n = 10^{12} \text{ см}^{-3}$  сравнивается с ионной плазменной?

- 192.** В магнитном поле  $B = 13,7$  Т ионная плазменная частота в 2 раза выше ионной циклотронной. Найти концентрацию электронов для случая полностью ионизованной гелиевой плазмы.
- 193.** Цилиндрический столб полностью ионизованной водородной плазмы диаметром 1 см находится в равновесии в магнитном поле  $\mathbf{B}$ , параллельном оси  $z$  плазменного цилиндра и линейно растущем с радиусом. На границе плазмы давление равно нулю,  $B = 10$  кГс. В центре  $B = 0$ . Определить скорость градиентного дрейфа ионов на  $1/3$  радиуса. Концентрация электронов однородна,  $n_e = 10^{14}$  см $^{-3}$ .
- 194.** Цилиндрический столб полностью ионизованной гелиевой плазмы находится в равновесии в магнитном поле, параллельном оси  $z$  плазменного цилиндра и линейно растущем с радиусом. На границе плазмы давление равно нулю, магнитное поле в центре равно нулю. Определить отношение характерной тепловой ионной и альфвеновской скоростей на  $1/5$  радиуса. Концентрация электронов однородна.
- 195.** Построить уравнение динамики давления идеального газа в режиме адиабаты Кнудсена, т.е. когда произведение концентрации на корень из температуры — функция энтропии газа.
- 196.** Построить уравнение динамики температуры плазмы как идеального газа при адиабатическом движении с показателем адиабаты  $5/3$ .
- 197.** Угловая частота вращения ионосферы шарообразной планеты спадает  $\sim 1/r^2$ ,  $r$  — удаление от центра планеты. Определить вектор завихренности, если на поверхности планеты, вращающейся с угловой частотой  $\omega_0$ , проскальзывания атмосферы и поверхности нет.
- 198.** В экваториальной плоскости маленькой планеты, магнитное поле которой спадает параболически от значения  $B_0 = 10$  Гс на оси до нуля на расстоянии 1000 км от оси, величина завихренности атмосферы совпадает с электронной циклотронной частотой. Найти частоту вращения атмосферы на этом расстоянии, если известно, что эта частота спадает как функция расстояния до центра планеты.
- 199.** Найти силу тока (в [А]) через сечение равновесного Z-пинча — прямого цилиндра с током, текущим вдоль оси цилиндра, — если давление плазмы максимально на оси пинча и, спадая

параболически с радиусом, обращается в нуль на границе пинча радиуса 1 см.

**200.** Цилиндрический  $\theta$ -пинч создаётся в однородном магнитном поле  $B_0$  пропусканием тока вокруг оси цилиндра (в азимутальном направлении). Рассчитать значение параметра  $\beta$  на оси пинча, если на его границе давление плазмы равно нулю, а в центре поле тока составляет  $\frac{1}{4} B_0$ .

**201.** Найти отношение величины магнитного поля на границе ( $r = a$ ) и на одной трети радиуса ( $r = a/3$ ) равновесного Z-пинча — прямого цилиндра с током, текущим вдоль оси цилиндра, — если давление плазмы максимально на оси пинча и спадает с радиусом по закону косинуса до нуля на границе пинча.

**202.** При какой температуре электронов фазовая скорость ленгмюровской волны длиной 10 мкм в 100 раз превышает фазовую скорость ионно-звуковой волны в водородной плазме с концентрацией электронов  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ ? Могут ли эти скорости совпадать и почему?

**203.** Как изменилось давление изначально равновесной гелиевой плазмы, если средняя тепловая ионная скорость выросла в 2 раза, скорость ионного звука — в 1,4 раза, а концентрация электронов — в 1,5 раза?

**204.** Ионно-звуковая волна распространяется в плазме с однородной в пространстве плотностью и электронной температурой, уменьшающейся в 4 раза. Как при этом меняется фазовая скорость волны? Ионы считать холодными.

**205.** Ионно-звуковая волна с длиной волны в 10 дебаевских радиусов проникает в область, в которой плотность плазмы падает вдвое. Как изменится длина волны? Температуру электронов считать однородной, ионы — холодными.

**206.** Ионно-звуковая волна распространяется из центра изотермической плазмы радиуса  $b = 20$  см к периферии. Концентрация электронов спадает с радиусом параболически. Какого предельного радиуса достигнет волна, если в центре плазмы длина волны в 3,63 раза больше дебаевского радиуса?

**207.** Фазовая скорость БМЗ волны при продольном распространении в 3 раза больше фазовой скорости ММЗ волны. Определить параметр  $\beta$  (отношение газокINETического давления

плазмы к давлению магнитного поля). Плазму считать одноатомным идеальным газом.

**208.** Фазовая скорость БМЗ волны при поперечном распространении в 4 раза больше звуковой. Определить параметр  $\beta$  (отношение газокинетического давления плазмы к давлению магнитного поля). Плазму считать одноатомным идеальным газом.

**209.** Рассчитать и сравнить отношение амплитуд электрического и магнитного полей у альфвеновской волны и у обычной электромагнитной волны. В чем физическая причина отличия?

**210.** Рассчитать и сравнить отношение амплитуд электрического и магнитного полей у магнитозвуковой волны и у обычной электромагнитной волны. В чем физическая причина отличия?

**211.** Как соотносятся кинетическая энергия частиц плазмы в альфвеновской волне и ее магнитная энергия?

**212.** В чем заключена основная энергия колебаний в магнитозвуковой волне: в кинетической энергии частиц, в энергии магнитного поля или в энергии электрического поля? Ответ пояснить формулами.

**213.** Куда направлен вектор Пойнтинга в альфвеновской волне? Как его величина зависит от амплитуды колебаний, от частоты, от длины волны?

**214.** Куда направлен вектор Пойнтинга в магнитозвуковой волне, распространяющейся в плазме низкого давления? Как его величина зависит от амплитуды колебаний, от частоты, от длины волны вдоль и поперек магнитного поля?

**215.** Групповая или фазовая скорость выше у электромагнитной волны, распространяющейся в холодной плазме? Рассчитать длину волны с частотой 0,22 ТГц в плазме с концентрацией электронов  $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

**216.** Фазовая скорость одной электромагнитной волны, распространяющейся в холодной плазме, в 3,14 раза больше, чем у другой. Как различаются их групповые скорости?

**217.** Электромагнитная волна с частотой  $\omega$  падает на плазму, в которой  $\omega_{pe} \gg \omega$ . Найти расстояние характерного спада амплитуды волны при концентрации электронов плазмы  $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

**218.** При каком угле распространения по отношению к направлению магнитного поля фазовые скорости быстрой и медленной магнитозвуковых волн отличаются больше всего? Найти

насколько, если скорость ионного звука составляет половину альфвеновской и равна  $10^6$  см/с.

**219.** Скорость ионного звука в  $\sqrt{2}$  раз меньше альфвеновской. Во сколько раз фазовая скорость быстрой магнитозвуковой волны больше скорости медленной при продольном распространении?

**220.** Скорость ионного звука в  $\sqrt{2}$  меньше альфвеновской. Во сколько раз фазовая скорость быстрой магнитозвуковой волны больше скорости медленной при поперечном распространении?

**221.** Кирпич ( $m = 4\text{кг}$ ) падает с высоты 10-и этажного дома ( $h = 30\text{м}$ ) на термоядерное устройство, содержащее  $2\text{м}^3$  плазмы с концентрацией частиц  $n = 10^{13}\text{ см}^{-3}$  и температурой  $T = 1\text{ кэВ}$ . Насколько процентов возрастет температура плазмы, если вся энергия кирпича перейдет в ее нагрев? Плазму считать одноатомным идеальным газом.

**222.** Какой объем занимает 1 мг D-T плазмы в устройстве, осуществляющем сжатие и поджиг термоядерной D-T смеси? Считать, что поджиг происходит при температуре 17 кэВ и концентрации  $10^{15}\text{ см}^{-3}$  каждой ионной компоненты. Каждую компоненту плазмы считать идеальным газом; сжатие производится адиабатически из начального состояния с температурой 100 эВ.

**223.** Сколько воды, находящейся при комнатной температуре  $T_1=25^\circ\text{C}$ , можно вскипятить, используя энергию, запасенную в плазме токамака T-10 (большой радиус 1,5 м, малый 30 см)? Плазма – водородная с температурой ионов 600 эВ и электронов 3 кэВ; концентрация электронов плазмы  $n_e = 3 \cdot 10^{13}\text{ см}^{-3}$ . Удельная теплота парообразования воды равна  $2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг. Считать, что одна калория равна 4,186 Дж.

**224.** В токамаке круглого сечения T-10 с большим радиусом  $R = 1,5$  м и радиусом плазмы  $a = 30$  см удерживается водородная плазма с концентрацией электронов  $n = 3 \cdot 10^{13}\text{ см}^{-3}$  и температурой  $T = 1\text{ кэВ}$ . На сколько градусов можно нагреть ею стакан воды объемом 200 мл? Считать, что одна калория равна 4,186 Дж.

**225.** Рассчитать э.д.с. прямого МГД генератора толщиной 10 см с магнитным полем 1 Т и скоростью протока плазмы 10 км/ч.

- 226.** Рассчитать скорость протока плазмы через прямой МГД-генератор с магнитным полем 2 Т, если объёмная плотность энергии электрического поля в нём составляет 1 эрг/см<sup>3</sup>.
- 227.** Поле в магнитной петле солнечной короны вблизи поверхности ( $y \geq 0$ ,  $|x| < \pi/2k \ll R_s$ , где  $R_s$  — радиус Солнца) задается как  $B_x = B_0 \cos(kx)e^{-ky}$ ,  $B_y = -B_0 \sin(kx)e^{-ky}$ . Найти уравнения силовых линий и нарисовать их структуру.
- 228.** Поле в магнитной петле солнечной короны вблизи поверхности ( $y \geq 0$ ,  $|x| < \pi/2k \ll R_s$ , где  $R_s$  — радиус Солнца) задается как  $B_x = B_0 \cos(kx)e^{-ky}$ ,  $B_y = -B_0 \sin(kx)e^{-ky}$ . Рассчитать ток и давление в плазме петли из условия равновесия.
- 229.** Рассчитать проводимость однородной немагнитной плазмы с максвелловским распределением электронов по скоростям, учитывая столкновения в  $\tau$ -приближении.
- 230.** Для одномерной функции распределения надтепловых электронов вида  $f(v) = c/(v^q + u^q)$  выразить постоянные  $c$  и  $u$  через концентрацию  $n$  и среднюю энергию электронов  $\varepsilon$ . При каких значениях  $q$  распределение нефизично?
- 231.** Для трехмерной функции распределения надтепловых ионов  $f(v) = c/(v^2 + u^2)^N$ , где  $N$  — натуральное число, выразить постоянные  $c$  и  $u$  через концентрацию  $n$  и температуру  $T$  ионов с массой  $m$ . При каких  $N$  это распределение нефизично?
- 232.** Найти закон дисперсии плоских альфвеновских волн в холодной несжимаемой плазме конечной проводимости.
- 233.** Найти инкремент/декремент плоской альфвеновской волны длины  $\lambda = 1$  м в холодной несжимаемой плазме конечной проводимости с  $\sigma = 10^{14}$  с<sup>-1</sup>.
- 234.** При какой температуре электронов плазмы скин-длина сравнивается с дебаевским радиусом? Что можно сказать об идеальности/неидеальности такой плазмы?
- 235.** При какой температуре плазмы с концентрацией электронов  $n_e = 10^{12}$  см<sup>-3</sup> дебаевский радиус сравнивается с характерным расстоянием максимального сближения электронов? Может ли такая плазма считаться идеальной? Почему? Как меняется соотношение этих длин и степень идеальности плазмы с изменением температуры?

- 236.** Показать, что для равновесной плазменной конфигурации с магнитными поверхностями  $\Psi = \text{const}$ :  $\mathbf{V} \cdot \nabla \Psi = 0$  векторное поле  $\mathbf{V} \times \nabla \Psi$  является бездивергентным.
- 237.** Доказать, что в равновесной плазме в случае постоянства модуля поля на магнитной поверхности или при ортогональности силовых линий магнитного поля и контуров  $B = \text{const}$  на магнитной поверхности  $\text{div } \mathbf{j}_\perp = 0$ , где  $\mathbf{j}_\perp$  – плотность диамагнитных токов поперек магнитного поля.
- 238.** Показать, что магнитное поле в вакууме *голономно*, т.е. единичный касательный вектор  $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$  удовлетворяет соотношению  $\mathbf{b} \cdot \text{rot} \mathbf{b} = 0$ .
- 239.** Показать, что если равновесная магнитная конфигурация зеркально симметрична относительно некоторой плоскости ее поперечного сечения, то вторичные токи (токи Пфирша-Шлютера) в этой плоскости всегда равны нулю.
- 240.** Сравнить с атмосферным давлением термоядерной плазмы с концентрацией частиц  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температурой  $T = 10 \text{ КэВ}$ .
- 241.** Какое среднее расстояние пробегает электрон между столкновениями с другими электронами в изотермической плазме с концентрацией электронов  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температурой  $5 \text{ КэВ}$ ? При получении ответа использовать следующую практическую формулу кулоновского логарифма  $\Lambda = 8 - \ln(\sqrt{n}/T_e)$ , где концентрация  $n$  и температура  $T_e$  электронов измеряются соответственно в  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и в эВ.
- 242.** Какова длина свободного пробега иона дейтерия в дейтериевой изотермической плазме с концентрацией ионов  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температурой  $5 \text{ КэВ}$ ? При получении ответа использовать значение кулоновского логарифма  $\Lambda = 18$ .
- 243.** Во сколько раз отличается время передачи импульса электроном при столкновении с электронами  $\tau_s^{ee}$  и ионами  $\tau_s^{ei}$  в изотермической дейтериевой плазме?
- 244.** Чему равно отношение времени потери энергии электронами при столкновениях с ионами  $\tau_\varepsilon^{ei}$  и времени потери энергии ионами при столкновениях с электронами  $\tau_\varepsilon^{ie}$ ?
- 245.** Времена потерь энергии электронами при столкновениях с электронами  $\tau_\varepsilon^{ee}$  и ионов при столкновении с ионами  $\tau_\varepsilon^{ii}$  в изотермической плазме сильно различаются. Во сколько раз отлича-



ется отношение этих времен в водородной, дейтериевой и тритиевой плазме?

**246.** Потеря энергии электронами при столкновениях с электронами идет значительно быстрее, чем при столкновениях с ионами. Во сколько раз отличается отношение этих времен потерь энергии в водородной, дейтериевой и тритиевой плазме?

**247.** В магнитную ловушку с изотермической плазмой с температурой 100 эВ производится инжекция атомов дейтерия с энергией 1 МэВ. Как изменится отношение времени изотропизации пучка  $\tau_d$  ко времени передачи энергии  $\tau_e$  от пучка к плазме при увеличении в два раза энергии инжекции или температуры плазмы?

**248.** Оценить величину электрического поля, возникающего в плазме с концентрацией электронов  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ , если в ней возникло разделение 1% зарядов на расстоянии  $5,5 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$ ?

**249.** На магнитной оси токамака магнитное поле равно  $2 \cdot 10^4$  Гс. Удерживаемая изотермическая плазма имеет максимум плотности  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температуры 1 КэВ на магнитной оси. Чему равно локальное значение параметра бета на магнитной оси?

**250.** В цилиндрическом плазменном шнуре продольное (направленное по оси цилиндра) магнитное поле линейно растет от оси  $B(r=0) = B_0$ , достигая на границе шнура значения  $B_1 = 1,1 B_0$ . Поле продольного тока на границе шнура составляет 0,1  $B_1$ . Найти равновесное  $\langle \beta \rangle$  — среднее по сечению шнура давление плазмы в процентах от магнитного давления на границе шнура. Как оно изменится при удвоении тока при сохранении радиуса шнура?

**251.** Сколько весит дейтериевая плазма в токамаке с круглым сечением шнура радиусом 1 м и радиусом магнитной оси 6 м при средней концентрации частиц  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ ?

**252.** В токамаке с круглым сечением шнура радиусом 1 м и радиусом магнитной оси 6 м стационарно поддерживается изотермическая плазма с концентрацией частиц  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температурой 1 КэВ при мощности нагрева 1 МВт. Чему равно энергетическое время жизни плазмы?

**253.** В токамаке с дивертором и с круглым сечением шнура радиусом 1 м и радиусом магнитной оси 6 м стационарно поддерживается дейтериевая плазма со средней концентрацией ио-

нов  $10^{14} \text{см}^{-3}$  при инъекции молекул дейтерия с эквивалентным током в 100 А. В предположении, что вся плазма теряется в диверторе и все молекулы ионизируются в плазме, оценить время жизни плазмы.

**254.** В токамаке время жизни и энергетическое время жизни изотермической плазмы оказываются равными при мощности нагрева 1 МВт и инъекции 100 А молекул дейтерия. Чему равна температура электронов?

**255.** В дейтериевой плазме токамака с большим радиусом 6 м на магнитной поверхности с  $q = 2$  и температурой 1 КэВ идентифицированы колебания геодезического ионного звука (т.е. ионного звука, распространяющегося вдоль силовых линий токамака). Оценить частоту этих колебаний. Принять значение адиабаты равной единице.

**256.** В замагниченной плазме установилось "сдвинутое" максвелловское распределение электронов по скоростям. Во сколько раз различаются плотности потоков "продольной" и "поперечной" энергии в такой плазме вдоль магнитного поля, если величина "сдвига" распределения вдоль направления магнитного поля в  $\sqrt{\pi}$  раз меньше тепловой скорости?

**257.** Однородное магнитное поле направлено по оси  $z$  декартовой прямоугольной системы координат. Найти отношение скорости движения максвелловской плазмы вдоль поля к средней тепловой скорости, если отношение средней энергии движения частиц плазмы вдоль оси  $z$  и вдоль оси  $x$  равно 5.

**258.** В токамаке с круглым сечением шнура радиусом 1 м стационарно поддерживается плазма со средней концентрацией электронов  $10^{14} \text{см}^{-3}$  при разрядном токе 1 МА. Чему равна средняя направленная скорость электронов?

**259.** Частица дрейфует в скрещенных электрическом и магнитном полях в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. В этой плоскости ширина малой петли траектории (т.е. участка траектории, на котором частица движется в обратном по отношению к скорости дрейфа направлении) составляет  $7/4$  ларморовского радиуса частицы. Найти скорость электрического дрейфа частицы по отношению к скорости ее ларморовского вращения.

**260.** Протон движется по прямой в ортогональных стационарных электрическом и магнитном полях перпендикулярно магнит-

ному полю и под углом  $\alpha = 45^\circ$  к электрическому. Магнитное поле однородно и равно  $B = 1$  кГс. Найти составляющую градиента напряженности электрического поля вдоль траектории протона.

**261.** В плоскости, перпендикулярной магнитному полю величиной  $B = 1$  кГс, электрон движется по прямой под углом  $\alpha$  к электрическому полю, причем за  $0,1$  нс его скорость возрастает в " $e^5$ " раз. Найти угол  $\alpha$ .

**262.** В рамках идеальной магнитной гидродинамики в однородной плазме с характерными значениями плотности тока  $j \sim 1$  МА/м<sup>2</sup> и скорости течения плазмы вдоль тока  $v \sim 10$  км/с оценить характерную плотность электрических зарядов.

**263.** Идеальная цилиндрическая плазма вращается вокруг оси, направление которой совпадает с направлением однородного магнитного поля с напряжённостью  $B = 1$  Т. Оценить характерную плотность электрических зарядов, если угловая скорость вращения плазмы равна  $10^3$  с<sup>-1</sup>.

**264.** Электрон со скоростью  $6 \cdot 10^8$  см/с влетает по центру в четверть тороидального соленоида с полем 100 Гс. На сколько и куда сместится электрон от оси соленоида?

**265.** Предположим, что силовые линии магнитного поля имеют вид окружностей. Двигаясь вдоль этих окружностей, заряженная частица смещается в поперечном направлении из-за градиентного дрейфа. Найти, как зависит это смещение от радиуса силовой линии, если частица смещается вдоль окружностей на один и тот же угол  $\theta$ .

**Движение заряженных частиц  
в электрическом и магнитном полях**

1.  $r_{min} = 7,2 \cdot 10^{-12}$  м
2.  $\alpha = 37^\circ$ ,  $W = 36$  эВ
3.  $F = 3,6$  мН
- 4А.  $R = 15$  см
4.  $E = 3,3$  кВ/см,  $\delta = 2,0$  мм
5.  $E = 1,7$  кВ/см,  $\delta = 2,0$  мм
- 5А.  $q/m = 1,24 \cdot 10^{-3}$  Кл/кг
- 5Б.  $W = 6,1 \cdot 10^{-2}$  эВ
6.  $U_{min} = 45$  кВ
7.  $\alpha = 51^\circ$ ,  $\Delta h = 40$  см
8.  $\alpha = 76^\circ$ ,  $\Delta h = 1,3$  м
9.  $L = 5,4$  см
10.  $W = 1,2$  кэВ
11.  $W = 41$  кэВ,  $\Delta W = 0,4$  кэВ
12.  $U = 1,1$  кВ
13.  $\alpha_{min} = 60^\circ$
14.  $F = 0,20$  Н
15.  $\tau = 1,7 \cdot 10^3$  с
16.  $\Delta V = 2,4 \cdot 10^7$  м/с
17.  $T = 145$  МэВ
18.  $\eta = 1,5 \cdot 10^{-5}$  %
19.  $W_{\perp} = 22$  кэВ
20.  $R = 18$  см
21.  $R = 46$  см,  $T = 1,3$  мкс
22.  $W_{\perp} = 13$  эВ,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг
23.  $\omega_l = 4,8 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>
24.  $h = 3,1$  см,  $\Phi_B = 1,3 \cdot 10^{-4}$  Вб
25.  $H = 40$  Э
26.  $h = 2,6$  см
27.  $H_{min} = 74$  Э,  $D = 8,5 \cdot 10^{-3}$  см
28.  $H^+$ :  $z_1 = -5,6$  см,  $y_1 = -0,4$  см;  $z_2 = -3,9$  см,  $y_2 = -0,2$  см  
 $D^+$ :  $z_1 = -3,9$  см,  $y_1 = -0,4$  см;  $z_2 = -2,8$  см,  $y_2 = -0,2$  см

29.  $L = 1,4$  м,  $\delta = 1,2$  см  
 30.  $L = 4,3$  см,  $\delta = 1,5$  см  
 31.  $B = 0,34$  Тл  
 32.  $f = 6,6$  см  
 33.  $f = 51$  см;  $B = 0,3$  Тл  
 34.  $V = 1,0 \cdot 10^5$  м/с  
 35.  $U_{min} = 193$  В  
 36.  $h = 0,28$  мм,  $W = 0,28$  кэВ  
 37.  $B = 5,4 \cdot 10^{-5}$  Тл  
 38.  $h = 90$  см  
 39.  $h_{mg} = 2,2 \cdot 10^{-14}$  см,  $h/h_{mg} = 2,8 \cdot 10^{14}$   
 40.  $V_{cp} = 2,0 \cdot 10^{-4}$  см/с,  $h_c^i = 8,3 \cdot 10^{-11}$  см,  $L_c^i = 2,6 \cdot 10^{-10}$  см  
 41.  $E = 3,0$  кВ/см

### Электронная и ионная оптика

44.  $f_d = \infty$   
 45.  $f_d = -11$  см  
 46.  $f_d = -6,4$  см  
 47.  $f_d = -20$  см  
 48.  $f_{min} = -20$  см,  $U_3 = 0$   
 49.  $D = 0,31$  дптр  
 50.  $f_d = -4,0$  см  
 51.  $D = 9,4$  дптр  
 52.  $f = 12,8$  см  
 53.  $D = 7,5$  дптр  
 54.  $F = 4,7 \cdot 10^{-7}$  дин  
 55.  $D = 0,65$  дптр  
 56.  $D = 3,5 \cdot 10^{-4}$  дптр  
 57.  $\varphi = 0,15$  рад  
 58.  $D = 4,1$  дптр  
 59.  $I = 0,43$  кА  
 60.  $D = 3,5 \cdot 10^4$  дптр  
 61.  $\varphi = 33$  рад  
 62.  $D = 3,4$  дптр  
 63.  $\rho = 1,2$  мм  
 64.  $\Delta W_e = 60$  эВ

## Пространственный заряд

65.  $j_{3/2}^e = 2,3 \text{ А/см}^2$   
66.  $j_{3/2}^i = 54 \text{ мА/см}^2$   
67.  $W_{1/2} = 0,40 \text{ кэВ}$ ,  $W_{1/4} = 0,16 \text{ кэВ}$   
68.  $U = 10 \text{ кВ}$   
69.  $E = 35 \text{ кВ/м}$   
70.  $E = 7,6 \text{ кВ/см}$   
71.  $W = 1,8 \text{ кэВ}$   
72.  $I_{3/2}^e = 0,64 \text{ А}$   
73.  $E = 1,3 \cdot 10^5 \text{ В/м}$   
74.  $I_e = 10 \text{ А}$   
75.  $j_k = 0,12 \text{ А/см}^2$   
76.  $Q_e/S = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^2$   
77.  $I_e = 0,10 \text{ А}$   
78.  $f_{min} = -3 \text{ см}$ ,  $\alpha = 15^\circ$   
79.  $E = 13,5 \text{ кВ/м}$   
80.  $z_{кр} = 3,7 \text{ см}$ ,  $x_{кр} = 1,7 \text{ мм}$   
81.  $L = 35 \text{ см}$   
82.  $L = 5,2 \text{ м}$   
83.  $E = 6,1 \text{ кВ/м}$ ,  $B = 4,0 \text{ мкТл}$ ,  $F_{эл}/F_{магн} = 26$   
84.  $F = 4,2 \cdot 10^{-14} \text{ Н}$   
85.  $L = 11 \text{ см}$   
86.  $z_k = 33 \text{ мм}$ ,  $S_k = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2$ ,  $E = 77 \text{ кВ/см}$   
87.  $z = 6,3 \text{ мм}$   
88.  $z = 5,7 \text{ мм}$   
89.  $L = 19 \text{ см}$

## Эмиссионная электроника

91.  $j_T = 0,69 \text{ кА/см}^2$   
92.  $j_T = 0,25 \text{ кА/см}^2$   
93.  $U = 90 \text{ кВ}$   
94.  $P/S = 0,20 \text{ кВт/см}^2$   
95.  $P/S = 0,21 \text{ кВт/см}^2$   
96.  $U = 2,4 \text{ В}$   
97.  $D = 0,19$

98.  $D = 0,12$   
 99.  $\alpha = 3,4 \cdot 10^{-5}$  эВ/К,  $A = 71$  А/(см<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>)  
 100.  $\delta = 10$  эВ/электрон  
 101.  $U = 190$  В  
 102.  $E = 14$  кВ/см  
 103.  $V = 4,6 \cdot 10^7$  см/с,  $W = 0,60$  эВ  
 104.  $W = 0,39$  эВ  
 105.  $U_3 = 2,1$  В  
 106.  $I = 1,5$  мА,  $P = 2,3$  мкВт  
 107.  $e\varphi_a = 4,5$  эВ,  $A = 69$  А/(см<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>)  
 108.  $e\varphi_a = 2,8$  эВ,  $A = 74$  А/(см<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>)  
 109.  $J_1/J_2 = 2,0 \cdot 10^{-8}$   
 110.  $j = 1,1$  кА/см<sup>2</sup>  
 111.  $V_{\text{зел}} = 5,9 \cdot 10^7$  см/с,  $V_{\text{фиол}} = 1,3 \cdot 10^8$  см/с  
 112.  $\Delta v = 3,0 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup>  
 113.  $V_{\text{max}} = 4,1 \cdot 10^7$  см/с,  $\Delta V = 7,2 \cdot 10^7$  см/с  
 114.  $U = 3,8$  В  
 115.  $k = 2,1 \cdot 10^3$ ,  $\Delta t = 83$  нс  
 116.  $\beta = 99,6\%$   
 117.  $\tau = 1,0 \cdot 10^{-13}$  с,  $N = 8,8 \cdot 10^4$  атом/см<sup>2</sup>  
 118.  $U = 0,52$  В  
 119. 101,5.  
 120.  $\eta = 3,6\%$   
 121.  $j = 11$  А/см<sup>2</sup>  
 122.  $\delta_e^{(1)}/\delta_e^{(2)} = 1,03$   
 123.  $\delta_e(10 \text{ эВ}) = 0,124$ ,  $\delta_e(100 \text{ эВ}) = 0,727$ ,  $\delta_e(1,0 \text{ кэВ}) = 1,33$   
 $\eta_e(10 \text{ эВ}) = 1,656$ ,  $\eta_e(100 \text{ эВ}) = 1,779$ ,  $\eta_e(1,0 \text{ кэВ}) = 1,911$   
 124.  $eS = 1,03$  эВ  
 125.  $\Delta W = 10$  эВ  
 126.  $B = 2,3 \cdot 10^9$  Гс  
 127.  $\Delta W = 1,7$  эВ

### Электрический ток в газах

130.  $A_m = 97,6$  эВ.  
 131.  $A_m = 50$  эВ.  
 132.  $W = 16,1$  эВ.

133.  $N_n = 7,9 \cdot 10^6$  пар/см<sup>-1</sup>.
134.  $\lambda_i = 9,7$  см.
135.  $P = 36\%$ .
136.  $d = 0,52$  м.
137.  $\lambda_0 = 3180$  Å.
138.  $p = 2,04 \cdot 10^{-17}$  см<sup>2</sup>.
139.  $\sigma_i = 2,04 \cdot 10^{-17}$  см<sup>2</sup>.
140.  $\alpha = 3 \cdot 10^{-7}$ .
141.  $W = 1,8$  МэВ.
142.  $n = 4,1 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>.
143.  $b_e = 79,6$  м<sup>2</sup>/(В · с).
144.  $v = 3980$  м/с.
145.  $\delta = 2,72 \cdot 10^{-5}$ .
146.  $T_e = 3,4 \cdot 10^5$  К.
147.  $b_e = 44,9$  м<sup>2</sup>/(В · с).
148.  $u_i = 86,5$  м/с.
149.  $D_e = 23,9$  м<sup>2</sup>/с.
150.  $D_a = 7,9$  м<sup>2</sup>/с.
151.  $j_H = 0,6$  мА/см<sup>2</sup>.
152.  $\alpha = 0,79$ .
153.  $U_3 = 34$  кВ.
154.  $d = 2,3$  мм.
155. 0,62.
156.  $2 \cdot 10^4$  Ом<sup>-1</sup> · см<sup>-1</sup>.
157. 100 ВТ/см<sup>3</sup>.
158.  $5,7 \cdot 10^{-4}$  эВ.
159. 0,5.
160.  $T = 13000$  К.
161.  $P = 123,8$  атм.
162.  $v = 2,09 \cdot 10^8$  м/с.
163.  $E_{ат}/E_e = 2 m_e/m_{ат}$ .
164.  $D = 0,197$  м<sup>2</sup>/с.
165.  $z = fn_d/\lambda(2kT_d/\pi m_a)^{1/2} \exp(-eV_u/kT_a) (eV_u/kT_a + 1)$ .



## Физика плазмы

166.  $1.24 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$   
167. 28,4 ГГц  
168. 10 КэВ  
169.  $n = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$   
170. гелий  $\text{He}^4$   
171. дейтерий  
172.  $6 \cdot 10^8 \text{ см/с}$ , 100 эВ  
173. 5 кэВ, 0,47 мм  
174. 6,5 км/с  
175.  $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ см/с}$ , 790 тыс. лет  
176. 0,58 см/с, 200 лет  
177. 3000 с  
178. 2000 км  
179.  $4,6 \cdot 10^{-18} \text{ Г}$   
180.  $6 \cdot 10^{13}$ ,  $2,6 \cdot 10^{-5}$   
181. 740 эВ  
182.  $4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$   
183. 100 Гс  
184. 1 Гс  
185.  $5,5 \cdot 10^7$   
186. можно,  $6,3 \cdot 10^7$   
187. 3 Кв/см  
188.  $3 \cdot 10^7 \text{ см/с}$ ;  $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ эрг}$   
189. 17 см  
190. 13,5 Гс  
191. 13,7 Тл  
192.  $2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$   
193.  $2 \cdot 10^9 \text{ см/с}$   
194. 2  
195. адиабата с показателем -1  
196.  $\partial T / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla T + 2/3 \text{ div } \mathbf{v} = 0$   
197.  $2\omega_0 R_0^2 z \mathbf{r} / r^4$  —направлен по радиус-вектору  
198.  $4.4 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$   
199. 17,5 кА  
200. 7/16  
201. 2,64

202. 1,9 эВ
203. увеличивается в 6 раз
204. уменьшается в 2 раза
205. уменьшится на 22 %
206. 10 см
207.  $2/15 \approx 0,133$
208. 0,08
209. 1,  $c_A/c$
210. 1,  $c_A/c$
211. 1 : 1
212. Выразить каждый вид энергии через скорость (смещение)
213. по магнитному полю
214. поперек магнитного поля
215. фазовая выше, 1.5 мм
216. в 3.14 раз меньше
217. 0.53 мм
218.  $2,24 \cdot 10^9 \text{ см/с}$
219. 2
220.  $\infty$
221. на 25%
222.  $260 \text{ м}^3$
223. 26,5 мг
224. на  $45,8^\circ \text{C}$
225. 0,28 В
226.  $7,5 \cdot 10^6 \text{ см.с}$
227.  $\cos kx = C \exp(ky)$
228.  $p = B_0^2 \cos^2(kx) e^{-2ky} / 4\pi$
229.  $\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$
230.  $u^2 = \varepsilon(4\cos^2(\pi/q) - 1)/m$ ,  $c = (n/2\pi)q \sin(\pi/q) \cdot u^{q-1}$ ;  $3 \geq q$
231.  $u^2 = T(2N-5)/m$
232.  $\omega^2 = k^2 c_A^2 (1 - i\eta k^2 / \omega) - k^4 \eta^2$ ,  $\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$
233. декремент  $\gamma = 225 \text{ Гц}$  (без  $2\pi$ )
234. 715 эВ, ничего

235.  $3 \cdot 10^{-3}$  эВ, неидеальная плазма
236. Использовать, что в равновесии  $\mathbf{j} \cdot \nabla \psi = 0$
237. Использовать уравнение равновесия
238. Использовать  $\mathbf{B} = \nabla \chi$
239. Использовать перпендикулярность магнитного поля плоскости симметрии
240. 0,16 атм
241.  $10^5$  см
242.  $8 \cdot 10^4$  см
243.  $\tau_c^{ee} / \tau_c^{ei} = 0,5$
244.  $\tau_\varepsilon^{ei} / \tau_\varepsilon^{ie} = 1$
245.  $\left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ii}} \right)_H : \left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ii}} \right)_D : \left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ii}} \right)_T = 1 : 0,71 : 0,58$
246.  $\left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ei}} \right)_H : \left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ei}} \right)_D : \left( \frac{\tau_\varepsilon^{ee}}{\tau_\varepsilon^{ei}} \right)_T = 1 : 0,5 : 0,33$
247.  $\left( \frac{\tau_s}{\tau_\varepsilon} \right)_{E=1} : \left( \frac{\tau_s}{\tau_\varepsilon} \right)_{E=2} = 1 : 0,5; \left( \frac{\tau_s}{\tau_\varepsilon} \right)_{T=100} : \left( \frac{\tau_s}{\tau_\varepsilon} \right)_{T=200} = 1 : 2$
248. 10 кВ/см
249. 1%
250. 6,8 %
251. 6,6 мГ
252. 2,8 с
253. 19 с
254. 10 КэВ
255. 18 кГц
256. 0,9
257. 2
258.  $2 \cdot 10^6$  см/с
259.  $1/4\pi$
260.  $135 \text{ В/см}^2$
261.  $74^0$
262.  $0,33 \cdot 10^{-3}$  ед. СГСЭ =  $0,11 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>3</sup>
263.  $5,3 \cdot 10^{-5}$  ед. СГСЭ
264. 0,54 см
265. не зависит

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

Гапонов В.И. Электроника. Ч.1. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер., 1960, гл.1, п.1-3. С.7-31.

### Электронная и ионная оптика

1.С.К.Жданов, В.А.Курнаев, М.К.Романовский, И.В.Цветков Основы физических процессов в плазме и плазменных установках, Под ред. В.А.Курнаева, М, МИФИ,2007.368с

2. Гапонов В.И. Электроника. Ч.1. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер., 1960, гл.1, п.5-7. С. 50-87.

3. Шерстнев Л.Г. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М.: Энергия, 1971, гл.IV и V. С.56-97.

### Пространственный заряд

1. Гапонов В.И. Электроника. Ч.1. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер., 1960, гл.1, п.9-11. С.106-132.

2. Шерстнев Л.Г. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М.: Энергия, 1971, гл.IX. С.128-131.

### Эмиссионная электроника

1.С.К.Жданов, В.А.Курнаев, М.К.Романовский, И.В.Цветков Основы физических процессов в плазме и плазменных установках, Под ред.В.А.Курнаева, М, МИФИ,2007.368с.

2. Гапонов В.И. Электроника. Ч.1. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер., 1960, гл.2, п.14-16, 19, 21-23.

3. Добрецов Л.Н., Гамаюнова М.В. Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966, гл.IV, п.14-18,20; гл.V, п.27; гл.VI, п.29-31; гл.VII, п.35-41; гл.VIII, п.42; гл.X, п.46.

## **Электрический ток в газах**

1. С.К.Жданов, В.А.Курнаев, М.К.Романовский, И.В.Цветков Основы физических процессов в плазме и плазменных установках, Под ред.В.А.Курнаева, М, МИФИ,2007.368с.
2. Гапонов В.И. Электроника. Ч.1. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер, 1960, гл.3, п.24-26. С.329-386.
3. Хастед Дж. Физика атомных столкновений/ Под. ред. Н.В. Федоренко. М.: Мир, 1965.
4. В.М.Жданов, Явления переноса в газах и плазме, М.:МИФИ, 2008.

## **Физика плазмы**

1. С.К.Жданов, В.А.Курнаев, М.К.Романовский, И.В.Цветков Основы физических процессов в плазме и плазменных установках, Под ред.В.А.Курнаева, М, МИФИ,2007.368с
2. Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Госуд. изд. физ.-мат. литер., 1963.
3. Лукьянов С.Ю., Ковальский Н.Г. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. М.: МИФИ, 1997.
4. Б.А.Трубников, Теория плазмы, М.:МИФИ, 1996.
5. В.М.Жданов, Явления переноса в газах и плазме, М.:МИФИ, 2008.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

**Работа выхода электрона из металлов**

Металл	$\phi$ , эВ	Металл	$\phi$ , эВ
Al	3,47	Mo	4,27
Ba	2,29	Na	2,27
W	4,50	Ni	4,84
Fe	4,36	Hg	4,52
Au	4,58	Pt	5,29
K	2,15	Rb	2,13
Ca	2,76	Ag	4,28
Li	2,39	U	3,74
Cu	4,47	Cs	1,89
Ta	4,10	Zr	4,15
		Th	3,38

Таблица П2

**Значения постоянных Ричардсона для металлов,  
употребляемых в качестве материалов термокатодов**

Металл	$A$ , $A/(cm^2 \cdot град^2)$	Металл	$A$ , $A/(cm^2 \cdot град^2)$
Cs	1,62	Mo	55
Ba	60	Ta	60
Zr	330	W	70
Th	70	Pt	170

Таблица П3

**Характеристики некоторых катодов**

Материал	$\phi$ , эВ	$A$ , $A/(cm^2 \cdot град^2)$	Материал	$\phi$ , эВ	$A$ , $A/(cm^2 \cdot град^2)$
W (Cs)	1,36	3,2	LaB <sub>6</sub>	2,62	120
W (Ba)	1,56	2,5	ZrC	3,53	140
W (Th)	2,60	6,0	Оксидный	1,21	0,85
W(O+Cs)	0,72	0,01	Катод Хелла ZrN	2,92	120

**Температуры плавления некоторых металлов,  
используемых в качестве материала термокатодов**

Металл или материал катода	$t_{пл}, ^\circ\text{C}$
W	3416
Ta	2950
Nb	2415
Zr	1860
Ti	1725
Mo	2622
ZrC	3900

**Критические потенциалы**

Химический элемент	Потенциалы возбуждения, В			Потенциалы ионизации, В	
	$U_{01}$	$U_{02}$	$U_{03}$	$U_{i1}(0 \rightarrow 1)$	$U_{i2}(1 \rightarrow 2)$
H	10,2	12,1	12,7	13,6	—
H <sub>2</sub>	11,1	12,6	—	15,4	—
He	19,8	20,6	21,1	24,6	54,4
Ne	16,5	—	18,3	21,6	41,0
Ar	11,5	12,7	14,0	15,7	27,6
Hg	4,86	6,67	—	10,4	18,8
N	—	—	—	14,5	29,6
N <sub>2</sub>	6,3	8,5	9,4	15,8	—

**Максимальные сечения ионизации электронным ударом  
и соответствующие им потенциалы**

Химический элемент	Образующийся ион	$U_i(\text{b})$	$U_m^*(\text{b})$	$S_m(\text{A})^2$
H <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> <sup>+</sup>	15,4	120	1,14
He	He <sup>+</sup>	24,6	100	0,34
Ne	Ne <sup>+</sup>	21,6	160	0,85
Ar	Ar <sup>+</sup>	15,7	50	3,20
	Ar <sup>++</sup>	43,5	110	0,34
Hg	Hg <sup>+</sup>	10,4	32	5,20
	Hg <sup>++</sup>	29,1	100	0,62
	Hg <sup>+++</sup>	71,0	200	0,12
N <sub>2</sub>	N <sub>2</sub> <sup>+</sup>	15,8	110	3,10

\*  $U_m$  — потенциал, соответствующий,  $S_m$  — максимуму сечения ионизации.

**Положение максимума зависимости коэффициента  
вторичной электронной эмиссии для разных материалов**

	Al	Be	C (алмаз)	C (графит)	Cu	Fe	Mo	Ni	Ta	Ti	W
$\delta_{\text{max}}$	1.0	0.5	2.8	1.0	1.3	1.3	1.25	1.3	1.3	0.9	1.4
$W_m$ [эВ]	300	200	750	300	600	400	375	550	600	280	650